

第4回宿題

- 提出課題を解き、kibaco に答を入力して下さい。
- 自習課題は、自分で講義の理解を深めるために自習するもので提出する必要はありません。

自習課題 4.1 テキスト P97 の演習 3.3 を解きなさい。

自習課題 4.2 テキスト P98 の演習 3.4 を解きなさい。

自習課題 4.3 (公平分割問題) ケーキを 2 人で公平に分けるにはどうすれば良いか。ゲーム理論で考えてみよう。

ケース 1: 長さが 1 のケーキがあり、2 人のプレイヤーが先手と後手に分かれる。まず先手が左から長さ x の場所でケーキを切る ($0 \leq x \leq 1$)。先手は、自分の好きなところでケーキを切ってよい。次に後手は左のケーキか、右のケーキかの、どちらか好きなほうを選ぶ。(図 5 の上)

このとき先手も後手も、相手のことは考えずに自分の利益を追求すれば、ケーキは上手に分けられることを示したい。次の問いに答えよ。

問 1 このゲームをバックワードインダクションで解くため、後手の最適な戦略から考える。後手が右を選ぶ x の範囲と、左を選ぶ x の範囲を求めなさい。(利得が同じになるときは、右も左もどちらも選ばれると考えよ。)

問 2 後手が最適な選択をすると考えて、先手が x でケーキを切ったときの先手の利得を求めよ。横軸を x 、縦軸を先手の利得としてグラフを書け。(後手の利得が同じになり選択が複数あるときも、先手の選択は 1 つに定まるので、問題はないはずである。)

問 3 バックワードインダクションで解いたとき、ゲームの結果はどうなるか示せ。

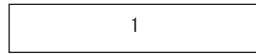
ケース 2: 次にケーキの左端に「いちご」があるとし、両方のプレイヤーともケーキにいちごが乗っていると利得が 0.2 だけ増えるとする。いちごの大きさは無視して考え、どんなにケーキを小さく切っても、いちごは左側のケーキに乗っているとしよう。(図 5 の下)

問 4 後手が最適な戦略として、右を選ぶ x の範囲と、左を選ぶ x の範囲を求めなさい。

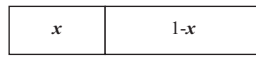
問 5 後手が最適な選択をすると考えて、先手が x でケーキを切ったときの先手の利得を求めよ。横軸を x 、縦軸を先手の利得としてグラフを書け。

問 6 バックワードインダクションで解いたとき、ゲームの結果はどうなるか示せ。いちごが乗っていてもケーキは公平に分割できるかどうか述べてよ。

ケース1

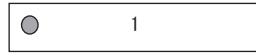


長さ1のケーキ
先手が右から x の長さでカットする



後手が左か、右か、を選ぶ
左を選ぶと、後手の利得 x 、先手の利得 $1-x$
右を選ぶと、後手の利得 $1-x$ 、先手の利得 x

ケース2



長さ1のケーキ、いちごが左にのっている
先手が右から x の長さでカットする



後手が左か、右か、を選ぶ
左を選ぶと、後手の利得 $x+0.2$ 、先手の利得 $1-x$
右を選ぶと、後手の利得 $1-x$ 、先手の利得 $x+0.2$

図 5: 公平なケーキの分割

提出課題 4.1 図 6 について、バックワードインダクションを用いてゲームの解を求めなさい。図において、利得は左から順にプレイヤー 1,2,3 を表し、点の v_{ij} はプレイヤー i の j 番目の意思決定点を表している。各点の上にある数は、意思決定するプレイヤーを表す（したがって v_{ij} の i と一致しているはずである）。

解答方法は *kibaco* での指示に従って下さい

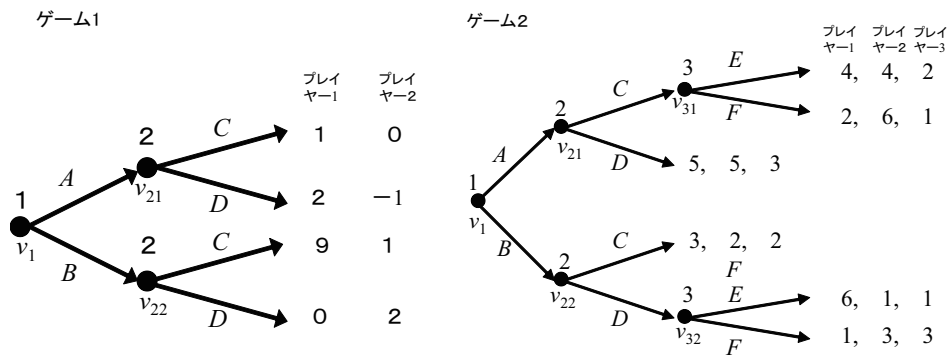


図 6: ゲームの解を求める

(次のページに続く)

提出課題 4.2 図 7 の 2 つのゲームは、後手が x_2 を選んでも y_2 を選んでも利得が同じである。したがって、後手がどちらを選ぶかは決められない。

バックワードインダクションを解くと、後手の選択が決まらなると、一般的には先手の選択は決められない。しかし、この 2 つのゲームのうち、どちらかのゲームは（後手の選択が決まらなくても）先手はどちらを選ぶべきかが決まる。どちらのゲームがそうなるか答えよ。

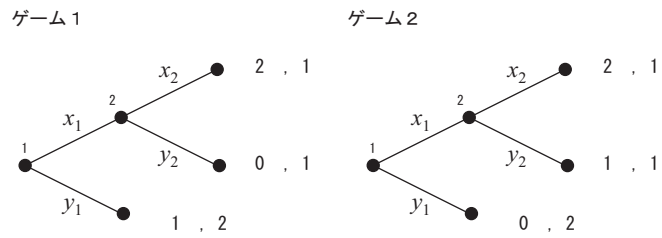


図 7: ゲームの解を求める