

## 第 19 回宿題

- 提出課題を解き, kibaco に答を入力して下さい.
- 自習課題は, 自分で講義の理解を深めるために自習するもので提出する必要はありません.

**提出課題 19.1**  $x$  万円もらうことの効用関数が  $u(x) = \left(\frac{x}{54}\right)^{\frac{1}{3}}$  で表される個人の意思決定に関して, 次の問いに答えなさい.

**問題 1** 「 $\frac{2}{3}$  の確率で 54 万円が当たり,  $\frac{1}{3}$  の確率で 0 万円になる」ような「くじ」を考える. このくじの期待金額 (期待効用ではない) を求めよ.

**問題 2** この「くじ」と確実性同値な金額を答えよ.

**問題 3** この「くじ」に対するリスクプレミアムはいくらか.

**問題 4** この個人はリスク回避的か, リスク選好的か.

**自習課題 19.1** 10% の確率で事故が起きるような事柄に対する保険について考えよう. ここで某健次郎君は, 新しいスポーツであるタリッタラッターに挑戦しようとしている. タリッタラッターに挑戦すると 10% の確率で事故が起き, 入院費用として 20 万円を失う (90% の確率で何も起きず, 何も失われない). 保険会社は,  $x$  万円支払えば事故が起きた時に入院費用を払ってくれる「タリッタラッター保険」を提供している. 某健次郎君は, 保険に入るべきか否か?

保険の問題を効用関数の問題として出題しようとする, 「20 万円を失う」という負の値に効用を割り当てなければならず ( $u(-20)$  のようになる), 問題はないのだが, 講義内容に対して少し混乱を招きやすい.

そこで, 某健次郎君の所持金が 20 万円であり, 10% の確率で事故が起き所持金は 0 円になり, 90% の確率で事故が起きず所持金は 20 万円のままであるとして, 問題を考える. 保険に入ると, 所持金は常に  $20 - x$  万円である (90% の確率で  $20 - x$  になり, 10% の確率で  $20 - x$  になると考えても同じになる). この設定で次の問いに答えよ.

**問題 1** 某健次郎君の所持金が  $y$  万円であることの効用関数が  $u(y) = \sqrt{\frac{y}{20}}$  の時, 某健次郎君は保険の掛け金  $x$  がいくら以下だと保険に入るか. (千円以下は切り捨てて答えよ)

**問題 2** 効用関数が, よりリスク回避的で  $u(y) = \left(\frac{y}{20}\right)^{\frac{1}{4}}$  の時はどうか. (千円以下は切り捨てて答えよ)

**問題 3** 効用関数が  $u(y) = \left(\frac{y}{20}\right)^z$  ( $0 < z < 1$ ) の時,  $z$  がいくら以下ならば保険の掛け金が 5 万円以下で保険に入るか. EXCEL を使うか,  $\log_{10} 0.75 = -0.12$ ,  $\log_{10} 0.9 = -0.046$  を使いなさい.  $z$  は四捨五入して小数第 2 位まで求めよ.

あなたが保険会社であるとしよう. タリッタラッターをプレイする人は 100 人いて, 皆んなが効用関数  $u(y) = \sqrt{\frac{y}{20}}$  を持っているとする. あなたは問題 1 で求めた保険金を設定すれば, 100 人が皆んながすべて保険に入る.

**問題 4** 100 人が保険に入った時, 実際に事故が起きる人は平均的に 10 人である. 問題 1 で求めた保険金を設定すれば, あなたは平均的にいくら利益を得られるか.

**問題 5** 100 人が保険に入った時, 実際に事故が起きる人は平均的には 10 人であるが, 9 人の時もあるれば, 11 人の時もある. しかし, 統計学の知識を使えば, 事故が起きる人の数は 99% 以上の確率で 17 人以下であるという. 問題 1 で求めた保険金を設定すれば, あなたは 99% 以上の確率で, いくら以上の利益を得られるか.

**問題 6** 【発展：興味のある者だけで良い．確率・統計の問題】「事故が起きる人の数は 99% の確率で 17 人以下，ということは，どのようにして計算できるか」．（ヒント：確率 0.9 で 100 人のうち何人が事故を起こすかは，二項分布で与えられる．二項分布は *EXCEL* でも二項分布は直接計算できる．試行数が多い時は正規分布でも近似できる．）