

第5回宿題

- 提出課題を解き kibaco に答を入力して下さい。
- 自習課題は提出する必要はありません。理解を深めるために自習しましょう。

提出課題 5.1

プレイヤー1とプレイヤー2が100万円を分ける交渉ゲームを考える。以下の問題を考えよ。講義やテキストでは、後手は「承諾する場合と拒否する場合で利得が同じときは拒否する」と考える場合もあるが、ここで後手は承諾する場合と拒否する場合で利得が同じときは「承諾する」と考えることにする。(計算が簡単になる)。

まずテキストや講義で考えた最後通牒ゲームを考える。プレイヤー1が、先手で自分の取り分 x を提案し、プレイヤー2は後手で承諾か拒否を選ぶ。承諾した場合は、プレイヤー1の配分は x 、プレイヤー2の配分は $100 - x$ であり、その配分が利得となる。拒否した場合は双方の配分も利得も0であるとする。

問題1 プレイヤー2は、 x がいくつ以下ならば承諾するか。結果的にゲームの解では、プレイヤー1とプレイヤー2の利得はいくらになるか。

次に交渉ゲームが2段階ゲームになった場合を考察してみよう。第1段階ではプレイヤー2が先手で自分の取り分 y を提案し、プレイヤー1が後手で承諾か拒否を選ぶ。承諾した場合は、プレイヤー2の配分は y 、プレイヤー1の配分は $100 - y$ である。

拒否した場合はそこで交渉は終わらずに第2段階へ移る。ただし交渉が第2段階になってしまうと、移った時点で双方に遅延のため費用が発生し、承諾するか拒否するかに関わらず両プレイヤー共に10万円を払わなければならないとする。以下、配分と利得という言葉を使い分けて使う。配分は交渉によって得られた金額であり、利得はそこから遅延費用を引いて獲得した金額である。

第2段階では、プレイヤー1が先手で自分の取り分 x を提案し、プレイヤー2は後手で承諾か拒否を選ぶ。承諾した場合は、プレイヤー1の配分は x 、プレイヤー2の配分は $100 - x$ であり、拒否した場合は双方の配分0である。つまり、第2段階では、最後通牒ゲームになっている。

利得と配分の違いに注意しよう。プレイヤー2が承諾した場合にはプレイヤー1の利得は $x - 10$ 、プレイヤー2の利得は $90 - x$ である。拒否した場合は双方の利得が -10 であることに注意する。例えば、第2段階でプレイヤー1が $x = 95$ を提案しプレイヤー2が承諾した場合、プレイヤー1と2の配分はそれぞれ95と5であり、プレイヤー1と2の利得はそれぞれ85と-5である。このゲームの解を求めたい。

ゲームの解はバックワードインダクションで後から解くので、最初に、第2段階(第1段階でプレイヤー1が提案を「拒否」した場合)がどうなるか考察する。

問題2 第2段階の交渉で、後手のプレイヤー2は自分の配分がいくつ以上の提案であれば承諾するか。このことから、第2段階で先手のプレイヤー1が提案する x はいくらか。

問題3 ゲームの解において、第2段階におけるプレイヤー1と2の利得はいくらか。(配分ではなく利得を聞いていることに注意せよ)

第2段階での考察が終わったので、次は第1段階を考察する。

問題4 第1段階の交渉で、後手のプレイヤー1は自分の配分がいくつ以上の提案であれば承諾するか。

問題5 このことから、第1段階で先手のプレイヤー2が提案する y はいくらか。

問題 6 結果としてゲームの解において、交渉は第何段階で決着し、プレイヤー 1 の利得とプレイヤー 2 の利得はそれぞれいくらになるか。

提出課題 5.2

図 5.1 は、× と ○ の三目並べの途中経過（7 手目）である。

この三目並べは × が先手で、○ が後手であり、先手は × を、後手は ○ を交互に記入して行き、タテ・ヨコ・ナナメに × が 3 つ並ぶと先手の勝ち、○ が 3 つならぶと後手の勝ちでゲームが終了する。9 マス埋まった時点で、どちらも並ばないと引き分けである。利得は勝つと 1、負けると -1、引き分けは 0 である。

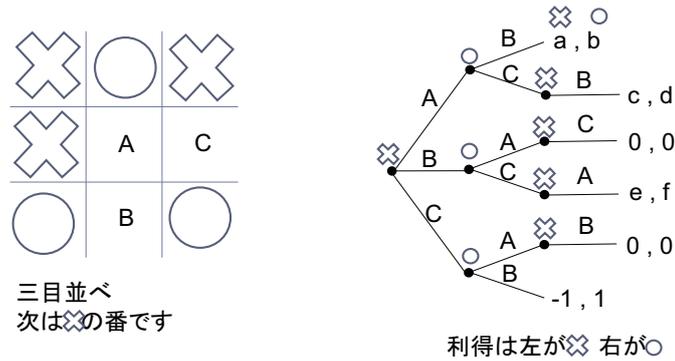


図 5.1: ゲームの解を求める

図 5.1 は次に × がプレイし、次に ○ が、次に × がプレイする。記入する場所は A, B, C のどれかである。

問 1 図 5.1 の右側にあるゲームの木に a から f の利得を埋めて完成させなさい。

問 2 この後のゲームの結果はどうなるか、バックワードインダクションで求めよ。複数あるときは、すべて答えよ。