

第8回宿題

- 提出課題を解き kibaco に答を入力して下さい。
- 自習課題は提出する必要はありません。理解を深めるために自習しましょう。

自習課題 8.1. テキスト P171 の演習 5.1 を解きなさい。(問 7 が分からない場合は、解かなくてもよい。)

提出課題 8.1

[独占とクールノー競争] 逆需要関数が $p = 132 - 2x$ (x は生産量で、 p は価格を表す) で与えられる財の市場が 1 企業の独占市場であるとする。

企業が財を x だけ生産するための費用 C は $C = 24x$ で与えられるものとする。次の問いに答えなさい。

- 問 1 企業の限界費用はいくらか。
- 問 2 この独占市場における財の生産量を求めなさい。
- 問 3 この独占市場における財の価格を求めなさい。
- 問 4 この独占市場における企業の利潤はいくらか。

次に逆需要関数が上記と同じ $p = 132 - 2x$ (x は市場の合計の生産量で、 p は価格を表す) で表される市場が、2 つの企業 A, B の複占市場であり、クールノー競争をしているものとする。企業 A と B の限界費用は、企業 A が 24 で企業 B が 30 であるとする。

- 問 5 企業 A のクールノー均衡における生産量を求めなさい。
- 問 6 クールノー均衡における財の価格を求めなさい。
- 問 7 企業 A のクールノー均衡における利潤はいくらか。

提出課題 8.2

市場全体の財の生産量を x 、財の価格を p とし逆需要関数が

$$p = 42 - x$$

で与えら市場に対して、独占、および同一財を供給する 2 企業の複占市場のクールノー競争を考える。以下の問いに答えよ。

- 問 1 ある企業が独占的に財を生産し販売するとする。限界費用が 6 のとき、この企業の利潤を最大にする生産量と企業の利潤を答えよ。
- 問 2 企業 1 と企業 2 からなる複占市場を考える。企業が財を生産する限界費用は、企業 1 が 6、企業 2 は 9 であるとする。両企業が同時に生産量を選ぶクールノー競争において、企業 1 の生産量、企業 2 の利潤、財の価格がいくつになるか答えよ。

提出課題 8.3

ゲーム理論の最初の方ではプレイヤーの戦略は離散的であったが、クールノー競争やベルトラン競争では戦略は連続的であった。この問題（ナッシュ均衡の数学問題）では、プレイヤーが連続的な戦略を持つ場合のナッシュ均衡について考える。

プレイヤー1が実数 x を、プレイヤー2が実数 y を同時に選ぶ2人戦略形ゲームを考える。 x, y はどんな実数でも良い。このときプレイヤー1の利得が

$$u_1(x, y) = -x^2 + 2xy - y^2$$

プレイヤー2の利得は

$$u_2(x, y) = -y^2 - 9x^2 + 6xy - 24x + 12y - 16$$

で与えられているとする。このときのナッシュ均衡を求めたい。次の問いに答え、[]に当てはまる数値を答えよ。数値は0, 1, -1の場合もある。係数を答えるときは特に注意せよ。

問1 プレイヤー1が $x = 0$ 、プレイヤー2が $y = 1$ を選ぶとき、プレイヤー1の利得は []、プレイヤー2の利得は [] である。

問2 プレイヤー1の最適反応関数（つまり、プレイヤー2が y を選んだときのプレイヤー1の利得を最大にする値）を求めたい。 u_1 を x で偏微分し、 $\frac{\partial u_1}{\partial x} = 0$ を x について解くと

$$x = []y \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

となる。

問3 $\frac{\partial u_1}{\partial x} = 0$ となる点は、 u_1 を最大にする必要条件であり十分条件ではない（最小値かもしれないし、ただの停留点かもしれない）。そこで十分条件を調べるために、 $\frac{\partial u_1}{\partial x}$ をもう一度 x で偏微分し、 $\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}$ を調べる。そこでこれを計算すると、

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = [] < 0$$

となる。 $\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} < 0$ により十分条件が満たされることが示された。

問4 プレイヤー2が $y = 1$ を選ぶとき、プレイヤー1の利得を最大にするのは $x = []$ である。

問5 同様にプレイヤー2の最適反応関数を求めると、

$$y = []x + [] \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

となる。（ $\frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} = -2 < 0$ より、十分条件も満たされている。）

問6 ナッシュ均衡はお互いが最適反応戦略を選び合う点なので、式(1)と式(2)の両方を満たす点である。よって、この2つを連立方程式で解けば良い。これを求めるとナッシュ均衡は $x = []$ 、 $y = []$ であることが分かる

提出課題 8.4

(2018年ゲーム理論1期末試験) プレイヤー1とプレイヤー2が0から1の間の数を選ぶゲームを考える。プレイヤー1が選ぶ数を x 、プレイヤー2が選ぶ数を y とする。 $0 \leq x \leq 1$ 、 $0 \leq y \leq 1$ である。プレイヤー1の利得は $-|x + y - 1|$ である（ $x + y - 1$ の絶対値に -1 を掛けたもの）。プレイヤー2の利得は $-3y^2 + 4xy - x^2$ で表されるものとする。次の [] に当てはまる数値を答えよ。

問1 プレイヤー2の最適反応関数、すなわちプレイヤー1が x を選んだ時にプレイヤー2の利得を最大にする y は

$$y = \left[\frac{\quad}{\quad} \right] x$$

である。プレイヤー1が $x = \frac{1}{2}$ を選んだとき、プレイヤー2の利得を最大にする y は

$$y = \left[\frac{\quad}{\quad} \right] \text{ である。}$$

問2 プレイヤー2が $y = \frac{4}{7}$ を選んだとき、プレイヤー1の利得を最大にする x は $x = \left[\quad \right]$ である。

問3 このゲームのナッシュ均衡は $x = \left[\quad \right]$, $y = \left[\quad \right]$ である。