第8回宿題

- 提出課題を解き kibaco に答を入力して下さい．
- 自習課題は提出する必要はありません．理解を深めるために自習しましょう．

自習課題 8.13. テキスト *P171* の演習 *5.1* を解きなさい．*(*問 *7* が分からない場合は，解かなくてもよい.）

提出課題 8.1

[独占とクールノー競争] 逆需要関数が $p = 132 - 2x$(x は生産量で，p は価格を表す) で与えられる財の市場が1企業の独占市場であるとする．

企業が財を x だけ生産するための費用 C は $C = 24x$ で与えられるものとする．次の問いに答えなさい．

問1 企業の限界費用はいくらか.

問2 この独占市場における財の生産量を求めなさい.

問3 この独占市場における財の価格を求めなさい.

問4 この独占市場における企業の利潤はいくらか.

次に逆需要関数が上記と同じ $p = 132 - 2x$(x は市場の合計の生産量で，p は価格を表す) で表される市場が，2つの企業 A,B の複占市場であり，クールノー競争をしているものとする．企業 A と B の限界費用は，企業 A が 24 で企業 B が 30 であるとする．

問5 企業 A のクールノー均衡における生産量を求めなさい.

問6 クールノー均衡における財の価格を求めなさい.

問7 企業 A のクールノー均衡における利潤はいくらか.

提出課題 8.2

市場全体の財の生産量を x, 財の価格を p とし逆需要関数が

$$p = 42 - x$$

で与えら市場に対して，独占，および同一財を供給する2企業の複占市場のクールノー競争を考える．以下の問いに答えよ．

問1 ある企業が独占的に財を生産し販売するとする．限界費用が6のとき，この企業の利潤を最大にする生産量と企業の利潤を答えよ．

問2 企業1と企業2からなる複占市場を考える．企業が財を生産する限界費用は，企業1が6，企業2は9であるとする．両企業が同時に生産量を選ぶクールノー競争において，企業1の生産量，企業2の利潤，財の価格がいくつになるか答えよ．

提出課題 8.3

ゲーム理論の最初の方ではプレイヤーの戦略は離散的であったが，クールノー競争やベルトラン競争では戦略は連続的であった．この問題（ナッシュ均衡の数学問題）では，プレイヤーが連続的な戦略を持つ場合のナッシュ均衡について考える．

プレイヤー1が実数 x を，プレイヤー2が実数 y を同時に選ぶ2人戦略形ゲームを考える．x，y はどんな実数でも良い．このときプレイヤー1の利得が

$$u_1(x,y) = -x^2 + 2xy - y^2$$

プレイヤー2の利得は

$$u_2(x,y) = -y^2 - 9x^2 + 6xy - 24x + 12y - 16$$

で与えられているとする．このときのナッシュ均衡を求めたい．次の問いに答え,[ ] に当てはまる数値を答えよ．**数値は $0, 1, -1$ の場合もある．係数を答えるときは特に注意せよ．**

問1 プレイヤー1が $x=0$，プレイヤー2が $y=1$ を選ぶとき，プレイヤー1の利得は [ ]，プレイヤー2の利得は [ ] である．

問2 プレイヤー1の最適反応関数（つまり，プレイヤー2が y を選んだときのプレイヤー1の利得を最大にする値）を求めたい．u_1 を x で偏微分し，$\frac{\partial u_1}{\partial x} = 0$ を x について解くと

$$x = [\quad]y \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{①}$$

となる．

問3 $\frac{\partial u_1}{\partial x} = 0$ となる点は，u_1 を最大にする必要条件であり十分条件ではない（最小値かもしれないし，ただの停留点かもしれない）．そこで十分条件を調べるために，$\frac{\partial u_1}{\partial x}$ をもう一度 x で偏微分し，$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}$ を調べる．そこでこれを計算すると，

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = [\quad] < 0$$

となる．$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} < 0$ により十分条件が満たされることが示された．

問4 プレイヤー2が $y=1$ を選ぶとき，プレイヤー1の利得を最大にするのは $x = [\quad]$ である．

問5 同様にプレイヤー2の最適反応関数を求めると，

$$y = [\quad]x + [\quad] \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{②}$$

となる．($\frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} = -2 < 0$ より，十分条件も満たされている．)

問6 ナッシュ均衡はお互いが最適反応戦略を選び合う点なので，式 (1) と式 (2) の両方を満たす点である．よって，この2つを連立方程式で解けば良い．これを求めるとナッシュ均衡は $x = [\quad]$，$y = [\quad]$ であることが分かる

提出課題 8.4

(2018年ゲーム理論1期末試験) プレイヤー1とプレイヤー2が0から1の間の数を選ぶゲームを考える．プレイヤー1が選ぶ数を x，プレイヤー2が選ぶ数を y とする．$0 \le x \le 1$，$0 \le y \le 1$ である．プレイヤー1の利得は $-|x+y-1|$ である ($x+y-1$ の絶対値に -1 を掛けたもの)．プレイヤー2の利得は $-3y^2 + 4xy - x^2$ で表されるものとする．次の [ ] に当てはまる数値を答えよ．

問1 プレイヤー2の最適反応関数，すなわちプレイヤー1が x を選んだ時にプレイヤー2の利得を最大にする y は

$$y = \frac{[\quad]}{[\quad]}x$$

である．プレイヤー1が $x = \frac{1}{2}$ を選んだとき，プレイヤー2の利得を最大にする y は $y = \frac{[\quad]}{[\quad]}$ である．

問 2 プレイヤー 2 が $y = \frac{4}{7}$ を選んだとき，プレイヤー 1 の利得を最大にする x は $x = \frac{[\quad]}{[\quad]}$ である．

問 3 このゲームのナッシュ均衡は $x = \frac{[\quad]}{[\quad]}$，$y = \frac{[\quad]}{[\quad]}$ である．