

## 5.6 シュタツケルベルグ競争

# 同時決定か？交互決定か？

---

- これまでのクールノー競争・ベルトラン競争
  - 生産量, または価格を同時に決定(同時に行動)する
    - ⇒ 戦略形ゲームに相当
- シュタツケルベルグ競争
  - 交互に生産量を決定する(数量競争)
    - ⇒ 展開形ゲームに相当
  - 同質財を考える
  
- 当然, 交互の価格競争も考えられるが, 名前が特につけられていない.

# モデル22: 輸入販売店の複占競争PART3

- モデル18と同じ, 企業Aと企業Bの競争
- 企業Aが先に販売量を決定し(先手), 企業Bはその決定を知った後に販売量を決定する(後手)
- 企業Aの販売量を $x_A$ , 企業Bの販売量を $x_B$ とする
- 両企業の販売量の合計を  $x=x_A+x_B$ とし, 販売価格を $p$ とすると

$$p=120-x \quad ( =120-(x_A+x_B) )$$

であるとする(逆需要関数)

- 財を1台売る費用は, 企業Aと企業Bともに30
- 利潤を最大にするために, 企業Aと企業Bは, どれだけの商品を販売するか

# 各企業の利潤の式を計算

- 企業Aの利潤を $\pi_A$ , 企業Bの利潤を $\pi_B$ とすると

$$\begin{aligned}\pi_A &= (120-x)x_A - 30x_A \\ &= \{120 - (x_A + x_B)\}x_A - 30x_A \\ &= -x_A^2 - x_Ax_B + 90x_A\end{aligned}$$

同様に

$$\begin{aligned}\pi_B &= (120-x)x_B - 30x_B \\ &= \{120 - (x_A + x_B)\}x_B - 30x_B \\ &= -x_B^2 - x_Ax_B + 90x_B\end{aligned}$$

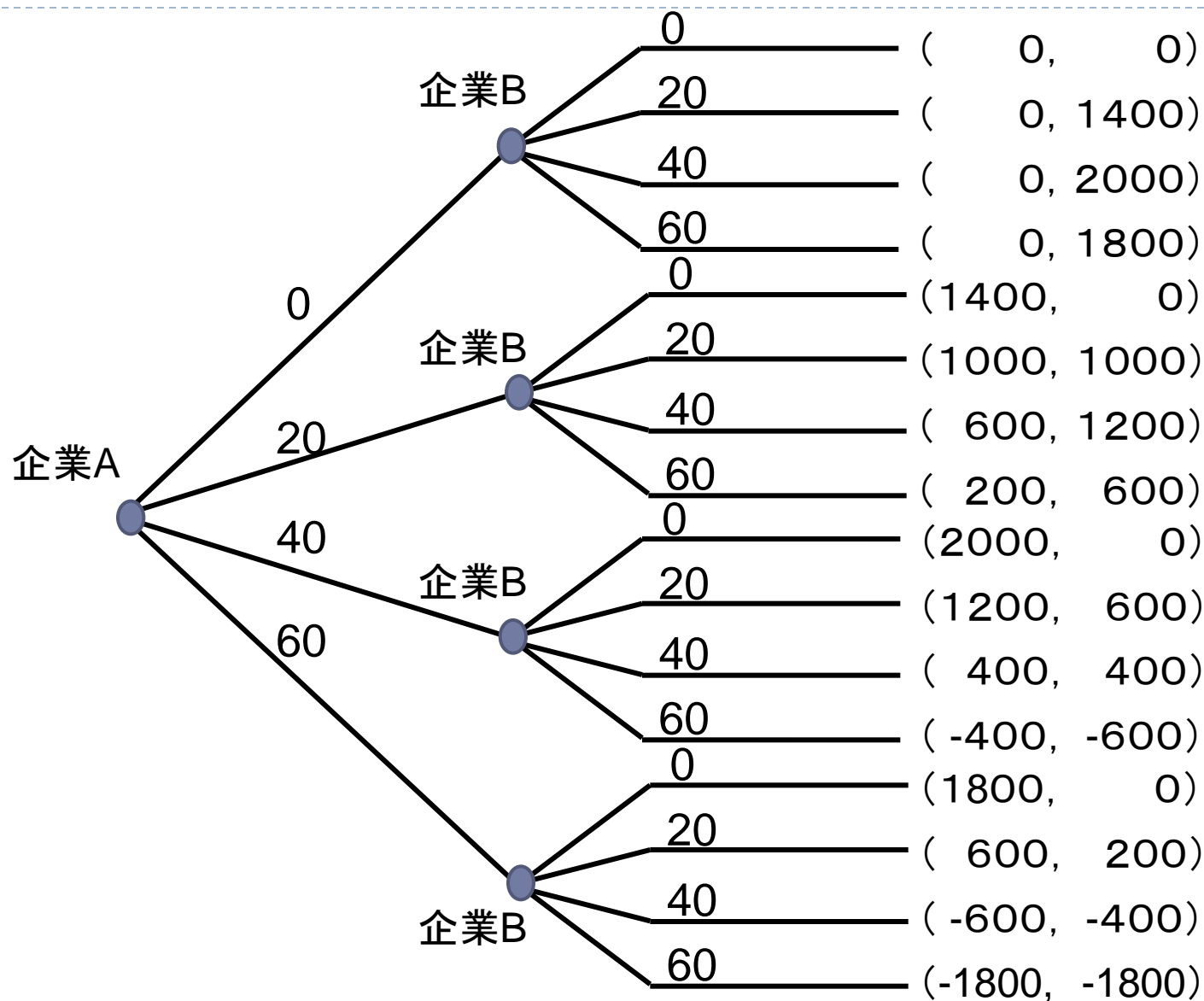
ここまではクールノー競争と同じ

# クールノー競争は戦略形ゲームだった

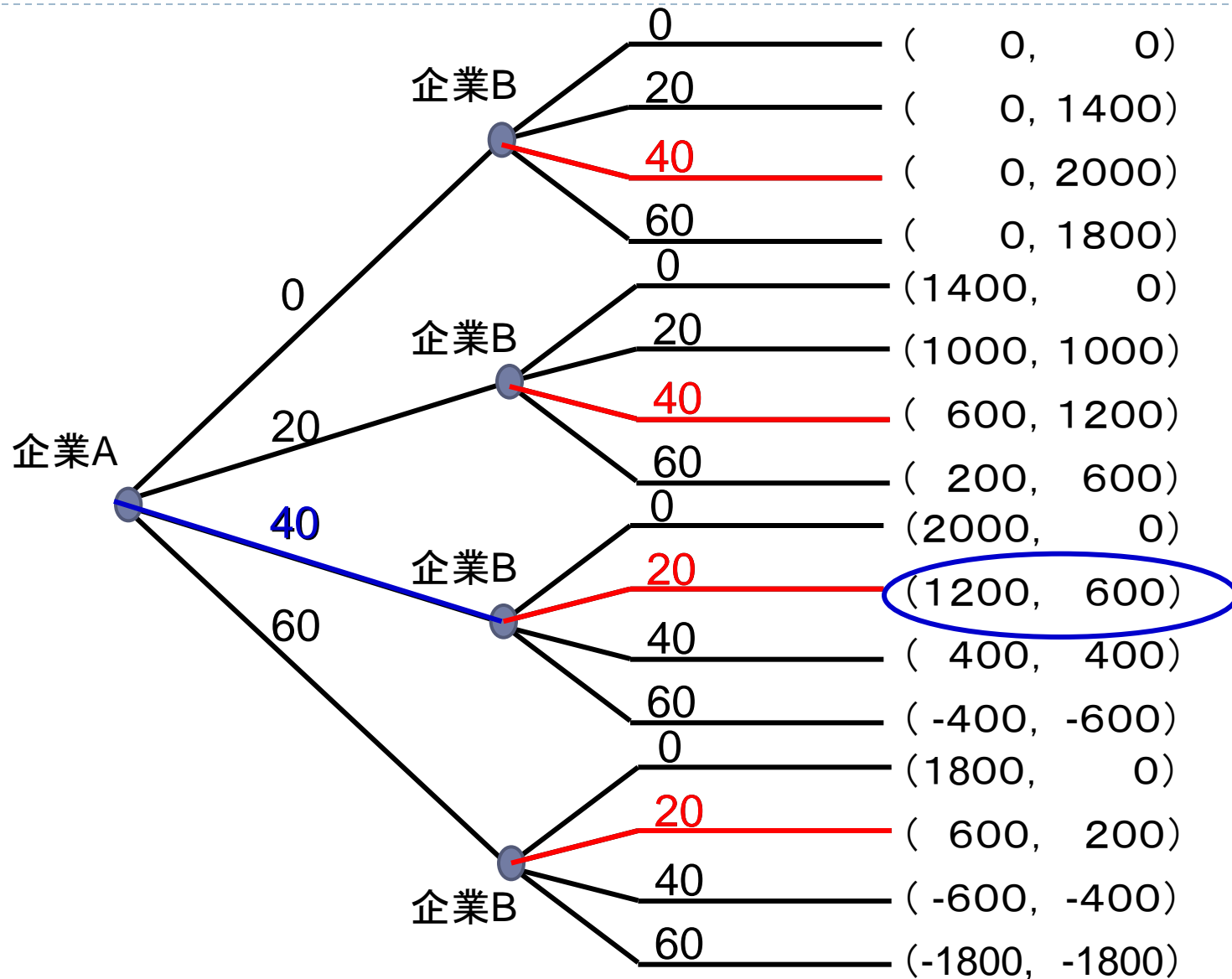
A \ B	0	20	40	60
0	( 0 , 0 )	( 0, 1400 )	( 0 , <u>2000</u> )	( 0 , 1800 )
20	( 1400, 0 )	(1000,1000)	( <u>600</u> , <u>1200</u> )	( <u>200</u> , 600 )
40	( <u>2000</u> , 0 )	( <u>1200</u> , <u>600</u> )	( 400, 400 )	( -400, -600 )
60	( 1800, 0 )	( 600, <u>200</u> )	( -600, -400 )	(-1800,-1800)

- クールノー競争は同時に生産量を決める
- 利得行列で、ナッシュ均衡を求めるのと同じ
- 両プレイヤーが最適反応をとる戦略の組
- 両プレイヤーの最適反応戦略の連立方程式を解く

# シュタツケルベルグ競争は展開形ゲーム



# 展開形ゲームはバックワードインダクションで解く



# バックワードインダクション：後手の企業Bから解く

- 展開形ゲームは「後ろから解く」
- 後手の企業Bは、企業Aの生産量 $x_A$ を観察し、最適な生産量を決定
- 企業Bの利潤： $\pi_B = -x_B^2 - x_A x_B + 90x_B$

$$(\pi_B \text{を} x_B \text{で微分})=0 \quad \Rightarrow \quad -2x_B - x_A + 90 = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$x_B = -\frac{1}{2}x_A + 45$$

■ 企業Bの最適反応関数

■ ここまではクールノーと同じ...



# バックワードインダクション：先手は？

- 企業Aが生産量 $x_A$ を決定すると、後手の企業Bは最適反応で生産量を決定
  - 企業Bの最適反応関数

$$x_B = -\frac{1}{2}x_A + 45 \quad \text{--- ①}$$

- 先手の企業Aは、それを読み込んで最適な生産量 $x_A$ を決定する。

$$\pi_A = -x_A^2 - x_A x_B + 90x_A$$

$x_B$ に①を代入！

$$\begin{aligned} \pi_A &= -x_A^2 - x_A \left( -\frac{1}{2}x_A + 45 \right) + 90x_A \\ &= -x_A^2 + \frac{1}{2}x_A^2 - 45x_A + 90x_A \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2}x_A^2 + 45x_A$$

← 企業Aはこれを最大にする！

( $\pi_A$ を $x_A$ で微分)=0

$$\Rightarrow \pi'_A = -x_A + 45 = 0$$

$$x_A = 45$$

①に代入して

$$x_B = -\frac{1}{2} \times 45 + 45 = \frac{45}{2}$$

$$x_B = \frac{45}{2}$$

# 演習 シュタツケルベルグ均衡を求めよ

- 企業Aと企業Bが、以下の同質財の複占市場でシュタツケルベルグ競争を行なっているとする。
  - 逆需要関数は  $p=96-x$  で与えられる,
  - ここで  $p$  は財の価格,  $x$  は市場全体の生産量
  - 企業A, Bの販売量を,  $x_A, x_B$ とすると  $x = x_A + x_B$
  - 限界費用は企業A・B, 両方とも16とする.
  - 企業Aが先手, 企業Bが後手で販売量を決定
- (問1) 企業Aの利潤 $\pi_A$ を式で表せ. 企業Bの利潤 $\pi_B$ も.
- (問2) 企業Bの最適反応関数を $x_B$ の式で表せ A
- (問3) 企業Bの最適反応を読み込んだときの先手の利潤 $\pi_A$ を $x_A$ の式で表せ.
- (問4) シュタツケルベルグ均衡の生産量と価格を求めよ.

# 各企業の利潤・企業Bの最適反応関数

## ■ 問1

$$\begin{aligned}\pi_A &= (96-x)x_A - 16x_A \\ &= \{96 - (x_A + x_B)\}x_A - 16x_A \\ &= 96x_A - x_A^2 + x_Ax_B - 16x_A\end{aligned}$$

$$\pi_A = -x_A^2 - x_Ax_B + 80x_A$$

同様に

$$\pi_B = (96-x)x_B - 16x_B$$



$$\pi_B = -x_B^2 - x_Ax_B + 80x_B$$

## ■ 問2

$$(\pi_B \text{ を } x_B \text{ で微分})=0 \quad \Rightarrow \quad -2x_B - x_A + 80 = 0$$

$$\Rightarrow x_B = -\frac{1}{2}x_A + 40$$

■ 企業Bの最適反応関数

# 後手の最適反応を読み込んだ先手の利潤の式

- 企業Aが生産量 $x_A$ を決定すると、後手の企業Bは最適反応で生産量を決定
  - 企業Bの最適反応関数

$$x_B = -\frac{1}{2}x_A + 40 \quad \text{--- ①}$$

## ■ 問3

- 先手の企業Aは、それを読み込んで最適な生産量 $x_A$ を決定

$$\pi_A = -x_A^2 - x_A x_B + 80x_A$$

$x_B$ に①を代入!

$$\pi_A = -x_A^2 - x_A \left( -\frac{1}{2}x_A + 40 \right) + 80x_A$$

$$= -x_A^2 + \frac{1}{2}x_A^2 - 40x_A + 80x_A$$

$$\pi_A = -\frac{1}{2}x_A^2 + 40x_A$$

← 問3の答

## ■ 問4

( $\pi_A$ を $x_A$ で微分)=0

$$\Rightarrow \pi'_A = -x_A + 40 = 0$$

$$x_A = 40 \quad \text{①に代入して}$$

$$x_B = -\frac{1}{2} \times 40 + 40 = 20 \quad x_B = 20$$

価格は

$$p = 96 - x$$

$$= 96 - (x_A + x_B)$$

$$= 96 - (40 + 20) = 36 \quad p = 36$$