

## 第12回宿題

- 提出課題を解き kibaco に答を入力して下さい。
- 自習課題は提出する必要はありません。理解を深めるために自習しましょう。

### 提出課題 12.1

図 12.1 のゲームについて、次の問いに答えよ。

- 問 1 プレイヤー 2 が  $L$  を  $1/3$ ,  $R$  を  $2/3$  で選ぶとする。このとき、プレイヤー 1 が  $U$  を選んだときのプレイヤー 1 の期待利得は  $[a]$ , プレイヤー 1 が  $D$  を選んだときのプレイヤー 1 の期待利得は  $[b]$  である。プレイヤー 1 が  $U$  を  $1/2$ ,  $D$  を  $1/2$  で選んだとき (混合戦略) のプレイヤー 1 の期待利得は  $[c]$  である。
- 問 2 このゲームには混合戦略のナッシュ均衡が 1 つだけある。そのナッシュ均衡では、プレイヤー 1 が  $U$  を  $[d]/[e]$ , プレイヤー 2 が  $L$  を  $[f]/[g]$  で選ぶ。
- 問 3 プレイヤー 2 がナッシュ均衡を選ぶとする。プレイヤー 1 が  $U$  を選んだときのプレイヤー 1 の期待利得は  $[h]$ , プレイヤー 1 が  $D$  を選んだときのプレイヤー 1 の期待利得は  $[i]$  である。プレイヤー 1 がナッシュ均衡の戦略を選んだとき、プレイヤー 1 の期待利得は  $[j]$  である。

		2	
		L	R
1			
	U	(0, 6)	(6, 2)
	D	(6, 0)	(0, 8)

図 12.1: ナッシュ均衡は混合戦略のが 1 つ

### 提出課題 12.2

カニとネコがじゃんけんをする。カニはチョキとグーのどちらかを出し、ネコはパーとグーのどちらかを出す。互いにグーを出すときで利得が 0。チョキとグーだとグーの勝ち、パーとグーだとパーの勝ち、チョキとパーだとチョキの勝ち (普通のじゃんけんと同じ)。勝ったほうの利得が 1, 負けたほうの利得が  $-1$  である。

- 問 1 このゲームのナッシュ均衡では、カニがグーを  $[ ]/[ ]$  で選択し、ネコがパーを  $[ ]/[ ]$  で選択する。
- 問 2 ナッシュ均衡でのカニの期待利得は  $[ ]/[ ]$ , ネコの期待利得は  $[ ]/[ ]$  である。負の数になる場合は、分子にマイナスをつけて答えよ。
- 問 3 カニの勝つ確率は  $[ ]/[ ]$  である。

### 提出課題 12.3

ゲーム理論では、一般に以下のことが成立することが知られている。

強く支配された戦略 (支配された戦略で弱支配ではない) は、混合戦略のナッシュ均衡でもその戦略に確率が割り当てられることはなく、常にその戦略は確率 0 で選択される。

したがって、強く支配される戦略があるときにゲームの解を求めるには、その戦略を除いて混合戦略のナッシュ均衡を求めればよい。

このことを用いて、図 12.2 の 3 人戦略形ゲームにおける混合戦略のナッシュ均衡を求めたい。次の問いに答えよ。

		$x_3$		$y_3$	
		$x_2$		$y_2$	
	$2$	$x_2$	$y_2$	$x_2$	$y_2$
$1$	$x_1$	$(3, 2, -1)$	$(2, 1, 1)$	$x_1$	$(1, 0, 0)$ $(-2, -1, 2)$
	$y_1$	$(4, 3, -3)$	$(4, 2, 1)$	$y_1$	$(2, 0, 0)$ $(0, 1, 3)$
	$z_1$	$(2, 4, -1)$	$(5, 3, 1)$	$z_1$	$(0, 4, 0)$ $(3, 0, 2)$

図 12.2: 混合戦略のナッシュ均衡を求めよ

**問 1** 各プレイヤーに対して、強く支配された戦略があるかどうか調べよ。

**問 2** 以下のヒントを参考にして、混合戦略のナッシュ均衡を求めよ。

**ヒント** 問 1 を考慮した結果、プレイヤーが選ぶ戦略が 1 つに絞られるとき（支配戦略があるとき）は、そのプレイヤーを考慮しなくても良いので、そのプレイヤーを除いて考えてよい。また 1 つに絞られなくても、支配された戦略があるときは、それを除いて考えてよい。