

## 第16回宿題

- 提出課題を解き kibaco に答を入力して下さい。
- 自習課題は提出する必要はありません。理解を深めるために自習しましょう。

### 提出課題 16.1

次の2つのゲームの部分ゲーム完全均衡を求めよ。ただし混合戦略は考えない。ゲーム1は部分ゲーム完全均衡をすべて求め、ゲーム2では、部分ゲーム完全均衡として当てはまるものを選択肢の中からすべて選びなさい（すべての戦略の組や部分ゲーム完全均衡が選択肢に列挙されているとは限らない）。

**ゲーム1：** プレイヤー1が  $N$  を選ぶとゲームは終わり、4万円を半分ずつ分ける。  $Y$  を選ぶと6万円を交渉で取り合う。具体的には以下のようなゲームになる。

**第1段階：** プレイヤー1は  $Y$  か  $N$  を選ぶ。

- $N$  を選ぶとゲームは終わり、2人の利得は2
- $Y$  を選ぶと第2段階のゲームに入る

**第2段階：** プレイヤー1とプレイヤー2が、同時に  $C$ (妥協) か  $D$ (強硬) を選ぶ。

- 両プレイヤーが  $C$  を選ぶと2人の利得は3
- 一方が  $C$ 、もう一方が  $D$  を選ぶと、 $C$  を選んだ方の利得は1、 $D$  を選んだ方の利得は5
- 両プレイヤーが  $D$  を選ぶと2人の利得は0

プレイヤー1の戦略は、第1段階と第2段階で選ぶものを続けて書くことにする。例えば  $YC$  は第1段階で  $Y$ 、第2段階で  $C$  を選ぶことを表す。また戦略の組は、プレイヤー1、プレイヤー2の順に並べて書く。例えば  $(YC, D)$  はプレイヤー1が  $YC$  をプレイヤー2が  $D$  を選んでいることを表す。

ゲーム1の選択肢

- A.  $(NC, C)$  B.  $(NC, D)$  C.  $(ND, C)$  D.  $(ND, D)$   
E.  $(YC, C)$  F.  $(YC, D)$  G.  $(YD, C)$  D.  $(YD, D)$

**ゲーム2：** プレイヤー1と2の2段階のゲーム

**第1段階：** プレイヤー1と2は同時に  $A$  か  $B$  を選ぶ。2人が同じものを選ぶとゲームが続く、異なるものを選ぶとゲームは終わる。

- 一方が  $A$ 、もう一方が  $B$  を選ぶと2人の利得は3でゲームは終わり。
- 両プレイヤーが  $A$  を選ぶと第2段階(A)のゲームに入る。
- 両プレイヤーが  $B$  を選ぶと第2段階(B)のゲームに入る。

**第2段階(A)：** プレイヤー1とプレイヤー2が、同時に  $C$  か  $D$  を選ぶ。

- 両プレイヤーが  $C$  を選ぶと2人の利得は3
- 一方が  $C$ 、もう一方が  $D$  を選ぶと、 $C$  を選んだ方の利得は1、 $D$  を選んだ方の利得は5
- 両プレイヤーが  $D$  を選ぶと2人の利得は2

**第2段階(B)：** プレイヤー1とプレイヤー2が、同時に  $E$  か  $F$  を選ぶ。

- 両プレイヤーが  $E$  を選ぶと 2 人の利得は 3
- 一方が  $E$ , もう一方が  $F$  を選ぶと,  $E$  を選んだ方の利得は 1,  $F$  を選んだ方の利得は 5
- 両プレイヤーが  $F$  を選ぶと 2 人の利得は 0

ここでプレイヤーの戦略は, 第 1 段階, 第 2 段階 (A), 第 2 段階 (B) で選ぶものを順番に書くことにする. 例えば  $ACE$  は第 1 段階で  $A$ , 第 2 段階 (A) で  $C$ , 第 2 段階 (B) で  $E$  を選ぶことを表す. 戦略の組は, プレイヤー 1, プレイヤー 2 の順に並べて書く. 例えば  $(ACE, BDF)$  はプレイヤー 1 が  $ACE$  をプレイヤー 2 が  $BDF$  を選んでいることを表す.

ゲーム 2 の選択肢

- A.  $(ACE, ACE)$  B.  $(ADE, BDF)$  C.  $(ADF, ADE)$  D.  $(ADF, ADF)$   
 E.  $(ACF, BDF)$  F.  $(BCE, ACE)$  G.  $(BDE, BDF)$  H.  $(BDF, ADE)$   
 I.  $(BDF, ADF)$  J.  $(BCF, BCF)$

### 提出課題 16.2

次のゲームを考える.

**第 1 段階:** プレイヤー 1 は  $A$  か  $B$  を選ぶ.  $A$  を選ぶとゲーム (A) に,  $B$  を選ぶとゲーム (B) に移る.

**第 2 段階 (A):** プレイヤー 1 とプレイヤー 2 が, 同時に  $C$  か  $D$  を選ぶ.

- 両プレイヤーが  $C$  を選ぶと 2 人の利得は 1
- 一方が  $C$ , もう一方が  $D$  を選ぶと, 2 人の利得は 0,
- 両プレイヤーが  $D$  を選ぶと 2 人の利得は 3

**第 2 段階 (B):** プレイヤー 1 とプレイヤー 2 が, 同時に  $E$  か  $F$  を選ぶ.

- 両プレイヤーが同じものを選ぶと 2 人の利得は 0
- 一方が  $E$ , もう一方が  $F$  を選ぶと,  $E$  を選んだ方の利得は 4,  $F$  を選んだ方の利得は 2

次の問いに答えなさい.

**問 1** 純粋戦略の部分ゲーム完全均衡は, 全部でいくつあるか (混合戦略は考えない).

**問 2** 以下の選択肢から, 純粋戦略の部分ゲーム完全均衡として起こりうる結果をすべて選べ. 第 2 段階の戦略の組は, プレイヤー 1, プレイヤー 2 の順に並んでいる.

- A. 第 1 段階でプレイヤー 1 が  $A$  を選び, 第 2 段階 (A) では戦略の組  $(C, C)$  が選ばれる.
- B. 第 1 段階でプレイヤー 1 が  $A$  を選び, 第 2 段階 (A) では戦略の組  $(C, D)$  が選ばれる.
- C. 第 1 段階でプレイヤー 1 が  $A$  を選び, 第 2 段階 (A) では戦略の組  $(D, C)$  が選ばれる.
- D. 第 1 段階でプレイヤー 1 が  $A$  を選び, 第 2 段階 (A) では戦略の組  $(D, D)$  が選ばれる.
- E. 第 1 段階でプレイヤー 1 が  $B$  を選び, 第 2 段階 (B) では戦略の組  $(E, E)$  が選ばれる.
- F. 第 1 段階でプレイヤー 1 が  $B$  を選び, 第 2 段階 (B) では戦略の組  $(E, F)$  が選ばれる.
- G. 第 1 段階でプレイヤー 1 が  $B$  を選び, 第 2 段階 (B) では戦略の組  $(F, E)$  が選ばれる.

H. 第1段階でプレイヤー1がBを選び、第2段階(b)では戦略の組(F, F)が選ばれる。

**提出課題 16.3**

図 16.1 に示されているゲームの部分ゲーム完全均衡を求めたい。ここで  $H_{ij}$  はプレイヤー  $i$  の  $j$  番目の情報集合を表す。次の問いに答えよ。

問 1 このゲームの  $H_{12}$  以下の部分ゲームには、純粋戦略のナッシュ均衡はない。混合戦略のナッシュ均衡を求めよ。

問 2 上記で求めた混合戦略のナッシュ均衡におけるプレイヤー1の期待利得を求めよ（整数となる）。

問 3 部分ゲーム完全均衡で、プレイヤー1は  $H_{11}$  で  $Y$  と  $N$  のどちらを選ぶか。

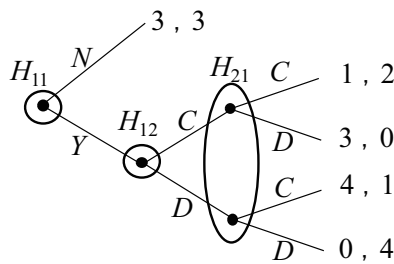


図 16.1: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

**提出課題 16.4**

図 16.2 のゲームの部分ゲーム完全均衡を考える。ここで情報集合  $H_{ij}$  はプレイヤー  $i$  の  $j$  番目の情報集合を表しており、利得は左にプレイヤー1、右にプレイヤー2の利得が与えられている。

問 1 このゲームの純粋戦略の部分ゲーム完全均衡を、選択肢からすべて選べ。ここでは戦略をプレイヤー1, 2の順にカッコに並べて、プレイヤー1の戦略では（カッコをつけず）、左が  $H_{11}$ 、右が  $H_{12}$  での選択を表すものとする。例えば  $(YC, D)$  は、プレイヤー1が  $H_{11}$  で  $Y$ 、 $H_{12}$  で  $C$ 、プレイヤー2が  $H_{21}$  で  $D$  を選択していることを表す。

- (A)  $(YC, C)$  (B)  $(YC, D)$  (C)  $(YD, C)$  (D)  $(YD, D)$
- (E)  $(NC, C)$  (F)  $(NC, D)$  (G)  $(ND, C)$  (H)  $(ND, D)$

問 2 このゲームにおいて、 $H_{11}$  以下の部分ゲームには混合戦略を用いたナッシュ均衡もある。その部分ゲームの混合戦略ナッシュ均衡を答えよ。

問 3 その混合戦略を用いた部分ゲーム完全均衡では、プレイヤー1は  $H_{11}$  で  $Y$  と  $N$  のどちらを選ぶか。

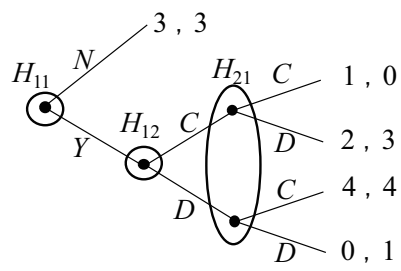


図 16.2: 部分ゲーム完全均衡を求めよ