

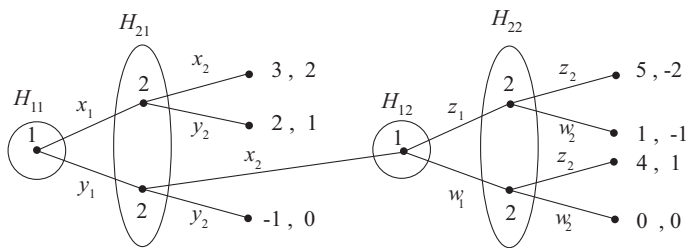
ゲーム理論後期末試験

Jan 29, 2010 渡辺

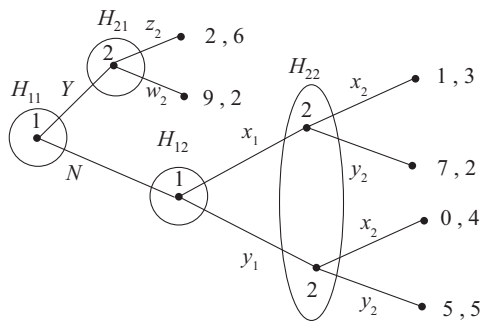
- 解答は解答用紙に記入して提出せよ。

問題 1 図 1 に示されている 3 つの展開形ゲームについて、それぞれ部分ゲーム完全均衡を求めよ。ただし、ここで情報集合 H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表しており、利得は左にプレイヤー 1、右にプレイヤー 2 の利得が与えられている。解答は、各情報集合でのプレイヤーの選択を答えよ。

問 1



問 2



問 3

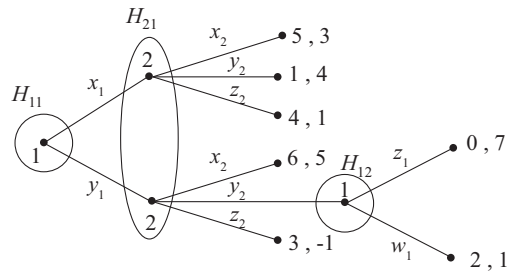


図 1: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

問題 2 2つの企業 (企業 1 と企業 2) が差別化された製品を供給している差別化寡占の問題を考えよう。財の需要関数は、企業 i の価格を p_i , 需要量を q_i とすると

$$q_1 = 60 - p_1 + p_2$$

$$q_2 = 36 - p_2 + p_1$$

で与えられるものとする。また企業が財を生産する限界費用は、企業 1 が 12、企業 2 は 18 であるとする。次の問いに答えなさい。

問 1 ベルトランナッシュ均衡における企業 1 の価格 p_1^* , 企業 2 の価格 p_2^* を求めなさい。

問 2 ベルトランナッシュ均衡における各企業の利潤を求めなさい。

問 3 企業 2 の生産の限界費用が上記の 12 から 18 にコストが上昇したとき、均衡における価格はどのように変化するか。変化後の企業 1 の価格 p_1^* , 企業 2 の価格 p_2^* を求めなさい。

問 4 このように一方の企業の価格が上昇することで、他方の企業の最適反応としての価格も上昇することを何と呼ぶか。

問題 3 x 万円もらうことの効用関数が $u(x) = \sqrt{\frac{x}{100}}$ で表される個人の意思決定に関して、次の問いに答えなさい。

問 1 「 $\frac{1}{2}$ の確率で 100 万円が当たり、 $\frac{1}{2}$ の確率で 0 万円になる」ような「くじ」を考える。このくじの期待金額 (期待効用ではない) を求めよ。

問 2 この「くじ」と確実性等価な金額を答えよ。

問 3 この「くじ」に対するリスクプレミアムはいくらか。

問 4 この個人はリスク回避的か、リスク選好的か。

問題 4 図 2 は囚人のジレンマとなるようなゲームである。

		2	
		C	D
1	C	(10 , 10)	(-3 , 14)
	D	(14 , -3)	(0 , 0)

図 2: 成分ゲームとなる囚人のジレンマ

この囚人のジレンマゲームを成分ゲームとして繰り返すゲームにおいて、次の 2 つの戦略を考える。

戦略 1 第 1 回目は C を出す。2 回目以降は、もしそれまでの回で相手がずっと C を出していたならば C を選ぶ。その回までに 1 度でも相手が D を出していたならば D を選ぶ。いわゆる「トリガー戦略」

戦略 2 どの回も D を出し続ける。いわゆる「常に協力しない」戦略

このとき、10 回の繰り返しゲームを考察する。割引因子 $R = 0.92$ として、以下の問いに答えなさい。必要であれば

$$0.92^9 = 0.47, \quad 0.92^{10} = 0.43, \quad \log_{10} 0.92 = -0.036, \quad \log_{10} 0.01 = -2$$

を用いなさい。

問 1 上記の戦略 1 と戦略 2 のみを戦略であると考えて、10 回の繰り返しゲームを標準形ゲームにした利得行列が図 3 で与えられている。割引因子 $R = 0.92$ として利得 a, b, c, d がいくつになるか数値で求めなさい。(数値は小数第 1 位まで求めなさい。)

		2	
		戦略1	戦略2
1	戦略1	(a , a)	(c , b)
	戦略2	(b , c)	(d , d)

図 3: 繰り返しゲーム

問 2 10 回繰り返しゲームでは、戦略 1 (トリガー戦略) の組合せはナッシュ均衡にはならず協力は達成されない。それは、相手が戦略 1 を選んでいるときに以下のような戦略 3 を選ぶことが利得を高くするからである。

戦略 3 第 1 回目は C を出す。2 回目以降 9 回目までは、もしそれまでの回で相手がずっと C を出していたならば C を選ぶ。その回までに 1 度でも相手が D を出していたならば D を選ぶ。ただし 10 回目は必ず (あ) を選ぶ。

このとき (あ) には C と D のどちらが入るか?

問3 プレイヤー2が戦略1を選んでいるとき、プレイヤー1は戦略1から戦略3に戦略を変えることで、利得を ϵ だけ増加させることができる。 ϵ はいくつになるか求めなさい。(数値は小数第2位まで求めなさい。)

問4 プレイヤーが、戦略1から戦略3に変えたときの利得の僅かな増加 ϵ は気にせずに、戦略1を選択するようなプレイヤーであれば、両プレイヤーは戦略1を選び協力が達成される。プレイヤーが気にしない利得が ϵ より小さいときは、10回の繰り返しゲームでは協力が達成されないが、繰り返す回数を多くすれば協力は達成できる。ではプレイヤーが0.04以下の利得の増加を気にしないのであれば、ゲームを何回以上繰り返せば協力が達成できるか。

問題5 ある市場において、現在は既存企業 I (*Incumbent*) が独占状態にある。ここに新規企業 E (*Entrant*) が参入をするかどうかを決定するゲームを考える。

この市場における、逆需要関数は $p = 144 - x$ で与えられる。 $(x$ は市場全体の生産量で、 p は価格を表す) もし新規企業 E が参入すれば、新規企業 E と既存企業 I は同質な財を供給するものとする。ここで既存企業 I が財を生産するための限界費用は18、新規企業 E が参入したときはその限界費用は36であるとしよう。

まず最初に新規企業 E は、参入費用 x を支払って、「参入する」か「参入しない」かを決める。もし「参入しない」場合は、新規企業 E の利得は0で、既存企業は独占利潤を利得として得る。

問1 新規企業 E が参入しないで、既存企業 I が市場を独占しているとき、既存企業 I の利得 (独占利潤) を求めよ。

もし新規企業 E が「参入する」場合は、新規企業 E と既存企業 I は複占となってクールノー競争となる。このときの既存企業 I の利得はクールノー競争の利潤、新規企業 E の利得はクールノー競争の利潤から参入費用 x を引いたものとなる。

問2 新規企業 E が参入した場合の既存企業 I の利得 (クールノー競争の利潤) を求めよ。

問3 x がいくら以下ならば新規企業は参入するか。(「参入する」利得と「参入しない」利得が同じならば、新規企業は参入するものとする。)

問4 新規企業の財を生産する限界費用を36ではなく c とし、参入費用を $x = 400$ としよ。このときは限界費用 c がいくら以下であれば、新規企業はこの市場に参入するか。