ゲーム理論2009年度前期末試験解答と解説

解答作成 July 14, 2011

- 解答は，最後のページに表にしてあります．
- 解答は急いで作ったので，間違っているかも．もし疑問があればメールで教えてください．

問題4：解説

問1は最後通牒ゲームの応用で，バックワードインダクションで解く．

- 第4段階では，買い手2は売り手の提案が63百万円以上なら拒否し，63百万円未満（すなわち62百万円以下）なら承諾する．
- 第3段階では,（それを読んで）売り手は62百万円を提案する（承諾する中で最高の価格）．
- 第2段階で売り手は，拒否すれば第3段階に移り62百万円で売れるので，買い手1の提案が，62百万円以下では拒否し，62百万円を超えれば（すなわち63百万円以上ならば承諾する．
- 第1段階では，第2段階を読んで，買い手1は63百万円を提案する（承諾する中で最高の価格）．

したがって63百万円で売ることができる．

問2．セカンドプライスオークションは，評価額を入札することが弱支配戦略である．したがって，買い手1は72百万円，買い手2は63百万円を提案し，63百万円で売れる（落札価格）．

問3 したがって，土地を売る価格は同じ．

問題5問2：解説

プレイヤー2の戦略y_2は支配されるので，選ばれる確率は0である．これを元に，プレイヤー2のマキシミニ戦略を求めてみる．

プレイヤー2がx_2を選ぶ確率をq,z_2を選ぶ確率を$1-q$とする．プレイヤー1が各戦略を選んだ時のプレイヤー2の期待利得を求める，利得表がプレイヤー1の利得であることに注意し，プレイヤー2の期待利得は利得表に-1をかけて求めると,

	プレイヤー2の期待利得
プレイヤー1がx_1を選択	$0q+(-8)(1-q)=8q-8$
プレイヤー1がy_1を選択	$(-5)q+0(1-q)=-5q$
プレイヤー1がz_1を選択	$(-2)q+(-6)(1-q)=4q-6$

図1は横軸にプレイヤー1の戦略p，縦軸にプレイヤー1の期待利得をとり，上記の期待利得をグラフに表したものである．このグラフを簡単に書くには，プレイヤー2のx_2のときの利得を$q=1$，z_2の利得を$q=0$にとり，直線で結べば良い．例えばx_1に関しては,$p=1$に-8,$q=0$に0を選び，それを結ぶ．

問題を難しくするためにグラフの交点は微妙にしてあり，グラフを正確に書かなければ交点は求めづらい．ちなみに，x_1とy_1の交点を求めると$\frac{8}{13}(\frac{48}{78})$，$x_1$と$z_1$の交点を求めると$\frac{1}{2}(\frac{39}{78})$，$y_1$と$z_1$の交点を求めると$\frac{2}{3}(\frac{52}{78})$，なので，左から$x_1$と$z_1$が$\frac{1}{2}$で交わり，次に$x_1$と$y_1$が$\frac{8}{13}$で交わり，最後に$y_1$と$z_1$が交わる．

この3つのグラフの中で，最小になる部分が少し太い線で記されている．マキシミニ戦略は，期待利得が最小になる時を最大にすればよいので，この線が最大になる部分を求め

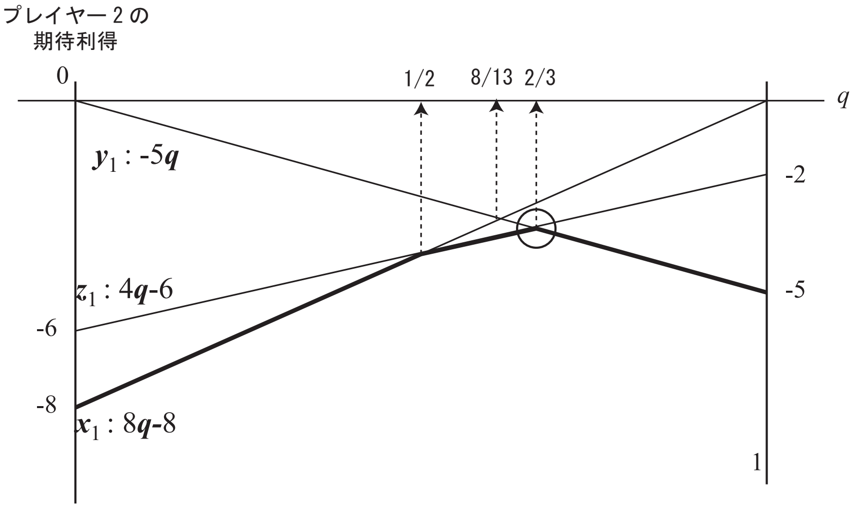

図 1: マキシミニ戦略を求める

れば良い．それは y_1 と z_1 の交点で $\frac{2}{3}$ となる．プレイヤー２のマキシミニ戦略は，x_2,y_2,z_2 を $\frac{2}{3}$,0,$\frac{1}{3}$ で選ぶ．

次に，プレイヤー１のマキシミニ戦略を求める．ミニマックス定理より，プレイヤー２のマキシミニ戦略の最悪の利得を与える戦略がプレイヤー１のミニマックス戦略になっている．グラフより y_1 と z_1 の交点が最悪の利得を与える．x_1 はプレイヤー２の最悪の利得を与えないので，この戦略がプレイヤー１のミニマックス戦略に使われることはなく，x_1 に与えられる確率は０である．ここから，プレイヤー１のミニマックス戦略を求める方法は幾つかある．簡便な方法は，以下のものである．プレイヤー１のミニマックス戦略において，y_1 と z_1 を選ぶ確率を p と $1-p$ としよう．このときプレイヤー２の期待利得を再び考える．

マキシミニ戦略はナッシュ均衡であり，プレイヤー２のナッシュ均衡は $q=\frac{2}{3}$ で x_2 を選ぶものであった．もしプレイヤー２の期待利得が，x_2 と z_2 のどちらかが大きければ，プレイヤー２はその戦略を確率１で選ぶほうが良いので，x_2 を $\frac{2}{3}$ で選ぶ戦略はナッシュ均衡にならない．したがって，両方の期待利得は等しくならなければならない．

プレイヤー２が x_2 を選んだ時の期待利得は

$$(-5)p+(-2)(1-p)=-3p-2$$

プレイヤー２が z_2 を選んだ時の期待利得は

$$0p+(-6)(1-p)=6p-6$$

であるから，$-3p-2=6p-6$ である．したがって $p=\frac{4}{9}$ まとめると，プレイヤー１のマキシミニ戦略において x_1,y_1,z_1 を選ぶ確率は 0,$\frac{4}{9}$,0,$\frac{5}{9}$

問題１

ア	x	エ	y
イ	y	オ	x
ウ	x	カ	x
		キ	y
		ク	y
		ケ	x

問題２

ア	3
イ	5
ウ	6
エ	2
オ	3

問題４

アイ	63
ウエ	62
オカ	63
キク	72
ケコ	63
サ	0

問題３

アイ	12
ウエ	18
オカ	72
キクケ	216
コ	8
サシ	14
スセ	64
ソタチ	256
ツテ	40

問題5

ア	5
イ	0
ウ	1
エ	4
オ	9
カ	2
キ	3