・2010年度

ゲーム理論II 期末試験 解答

Feb 01, 2011 渡辺

- 解答は解答用紙のマークに記入して提出せよ.

問題 1 図 *1* の 3 つの展開形ゲームについて，部分ゲーム完全均衡を求めよ．答は表 *1* において，各プレイヤーが情報集合で選択する代替案（x か y か，または z か w か）を記入しなさい．ここで情報集合 H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表しており，利得は左にプレイヤー 1，右にプレイヤー 2 が与えられている．

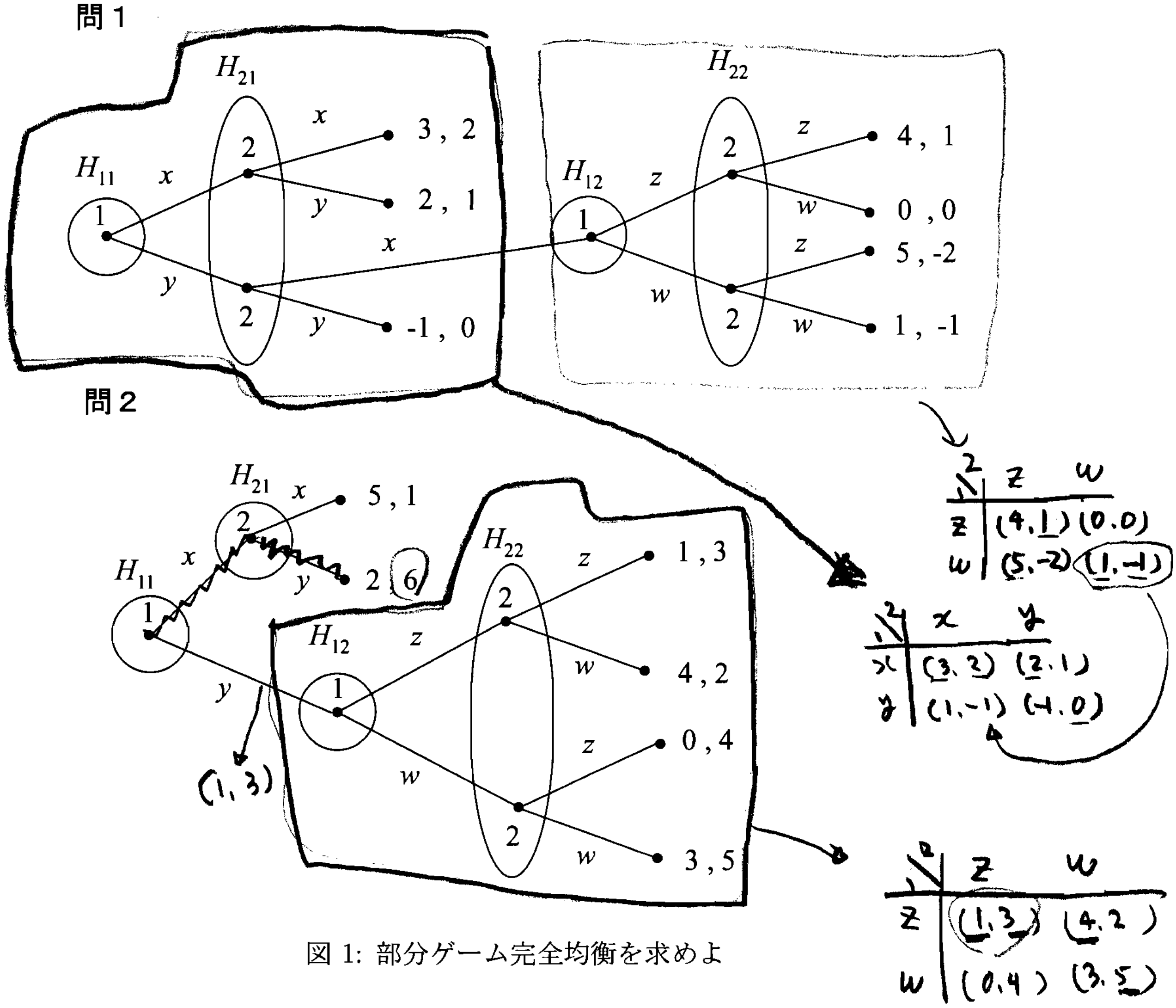


図 1: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

問 1

プレイヤー 1	H_{11}		ア	x
	H_{12}		イ	w
プレイヤー 2	H_{21}		ウ	x

問 2

プレイヤー 1	H_{11}		オ	x
	H_{12}		カ	z
プレイヤー 2	H_{21}		キ	y

問題 2 *2*つの企業 (企業 *1* と企業 *2*) が差別化された製品を供給している差別化寡占の問題を考えよう．財の需要関数は，企業 i の価格を p_i, 需要量を q_i とすると

$q_1 = 15 - p_1 + p_2$

$q_2 = 15 - p_2 + p_1$

で与えられるものとする．また企業が財を生産する限界費用は，企業 1 が 6，企業 2 は 9 であるとする．以下の問いに答え，$\boxed{\text{アイ}}$ - $\boxed{\text{オカキ}}$ に当てはまる数値を答えなさい．

問 1 ベルトランナッシュ均衡における企業 1 の価格は $\boxed{\text{アイ}}$ で，企業 2 の価格は $\boxed{\text{ウエ}}$ である．
22 23

問 2 ベルトランナッシュ均衡における企業 1 の利潤は $\boxed{\text{オカキ}}$ である．
256

問題 3 以下の 3 人ゲームを考えよう．なお，説明において各プレイヤーの利得はカッコの左から順にプレイヤー 1，2，3 の利得を表している．例えば (4,5,6) は，プレイヤー 1 の利得が 4，プレイヤー 2 の利得が 5，プレイヤー 3 の利得が 6 であることを表す．

- まずプレイヤー 1 が最初に a か b を選ぶ．ここで a が選ばれればゲームは終り，利得は $(3,1,2)$ である．
- プレイヤー 1 が b を選べば，プレイヤー 2 が c か d を選び，プレイヤー 3 が e か f を選ぶ．プレイヤー 2 と 3 の選択は同時である．
  - ここでプレイヤー 2 が c，プレイヤー 3 が e を選べば利得は $(2,1,4)$.
  - ここでプレイヤー 2 が c，プレイヤー 3 が f を選べば利得は $(5,4,6)$.
  - ここでプレイヤー 2 が d，プレイヤー 3 が e を選べば利得は $(1,0,6)$.
  - ここでプレイヤー 2 が d，プレイヤー 3 が f を選べば利得は $(2,1,4)$.

次の問いに答えなさい．混合戦略は考えなくて良い．答は，下の戦略の組から選び**当てはまるものをすべて**マークせよ（複数あるときは複数マークし，ない場合 *0* をマークせよ．）

問 1 （戦略形ゲームに変換し）ナッシュ均衡をすべて求めよ． (1, 3, 4, 6)

問 2 支配されないナッシュ均衡を求めよ． (1, 6)

問 3 部分ゲーム完全均衡を求めよ． 6

⓪	なし	①	(a,c,e)	②	(a,c,f)	③	(a,d,e)	④	(a,d,f)
⑤	(b,c,e)	⑥	(b,c,f)	⑦	(b,d,e)	⑧	(b,d,f)		

問題 4 2つの企業 (企業1と企業2) が同質財を供給し，複占市場でクールノー競争をしているものとする．企業1と企業2の生産量の合計を Q としたとき，財の価格 p は $p = 180 - Q$ で与えられるとしよう．企業1は，限界費用が 72 と高い場合と，36 の低い場合があるとする．前者を高費用タイプ，後者を低費用タイプと呼ぶことにする．企業2の限界費用は 48 とする．企業1は自分のタイプが分かっているが，企業2は分かっておらず，高費用タイプと低費用タイプをそれぞれ確率 $\frac{2}{3}$ と $\frac{1}{3}$ として推測しているものとする．以下の問いに答え，$\boxed{\text{アイ}}$–$\boxed{\text{キクケ}}$ に当てはまる数値を答えなさい．

問 1 企業1高費用タイプの生産量を x_{1H}，企業2の生産量を x_2 とする．企業1高費用タイプの最適反応関数（利潤を最大にする生産量）は

$$x_{1H} = \frac{1}{2}x_2 + \boxed{\text{アイ}}$$

54

ここには「マイナス」の符号がつきます．
ミスプリントです．

となる．

48

問 2 ベイズナッシュ均衡における企業1低費用タイプの生産量は $\boxed{\text{ウエ}}$，企業2の生産量は $\boxed{\text{オカ}}$ である．

48

問 3 ベイズナッシュ均衡における企業1高費用タイプの利潤は $\boxed{\text{キクケ}}$ である．

900

問題 5 プレイヤー 2 はプレイヤー 1 に 2 万円の借りがある．そこで，プレイヤー 2 はあるゲームを通じてプレイヤー 1 に借りを返すことを提案した．プレイヤー 1 はうまく行けば貸したお金よりも多くお金を取り戻せるチャンスがあるが，失敗すれば借金は帳消しにされてしまう．一方，プレイヤー 2 はうまく行けばお金を支払わなくても良いかもしれない．具体的には，以下の 2 人ゲームを考える．

- まず第 *1* ステージで，プレイヤー 1 は N（第 *2* ステージのゲームはやめて借金を返してもらう）か，Y(第 *2* ステージのゲームに挑戦する）かを選ぶ．
- プレイヤー 1 が N を選んだ場合，プレイヤー 2 がプレイヤー 1 に 2 万円を支払ってゲームは終了する．(プレイヤー 1 は +2 万円，プレイヤー 2 は −2 万円)．
- プレイヤー 1 が Y を選んだ場合は第 *2* ステージに進み，プレイヤー 1 とプレイヤー 2 は，A か B かのどちらかを同時に選ぶ．
- 両方が A を選んだ場合，プレイヤー 2 はプレイヤー 1 に 4 万円を支払う．
- 両方が B を選んだ場合，プレイヤー 2 はプレイヤー 1 に 16 万円を支払う．
- 両方が異なるものを選んだ場合，借金は帳消し（双方は 0 円）．

ここでプレイヤー 1 はリスク回避的であり，x 万円を得たときの彼の効用（利得）は $u(x) = \sqrt{x}$ で与えられているとする．これに対し，プレイヤー 2 はリスク中立的であるとする．以下の問いに答え，$\boxed{\text{ア}}$-$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまる数値を答え，$\boxed{\text{コ}}$ と $\boxed{\text{サ}}$ では Y か N かを答えなさい．

問 1 第 *2* ステージのナッシュ均衡において，プレイヤー 1 は A を確率 $\dfrac{\boxed{\text{ア}}\ 4}{\boxed{\text{イ}}\ 5}$ で選び，プレイヤー 2 は A を確率 $\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\ 2}{\boxed{\text{エ}}\ 3}$ で選ぶ．

問 2 第 *2* ステージのナッシュ均衡において，プレイヤー 1 の期待利得（期待効用）は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}\ 4}{\boxed{\text{カ}}\ 3}$ であり，確実性同値額（確実性等価額）は $\dfrac{16\ \boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}\ 9}$ である．

問 3 第 *1* ステージでプレイヤー 1 は $\overset{N}{\boxed{\text{コ}}}$ を選ぶ．

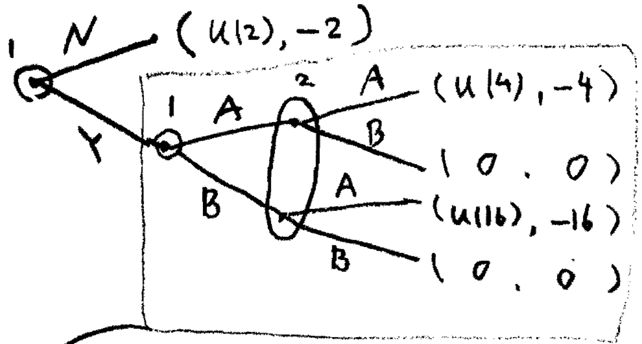
問 4 もし，プレイヤー 1 も 2 もリスク中立的ならば，第 *1* ステージでプレイヤー 1 は $\overset{Y}{\boxed{\text{サ}}}$ を選ぶ．

なお問 *3* と問 *4* は，問題が分からない学生諸君にとっても，おいしいボーナスゲームになっている．分からなくてもどちらかマークしようぜ．

解説が次のページに

・問題5

ゲームの木は以下の通りである



この部分ゲームは：

1＼2	A	B
A	(u(4), −4)	(0 , 0)
B	(0 , 0)	(u(16), −16)

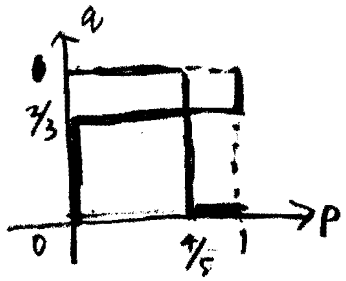
$\longrightarrow$ $u(x)=\sqrt{x}$ のとき

（ゲームは金額ではなく効用で考える。それだけです）

1＼2	A	B
A	(2　−4)	(0　0)
B	(0　0)	(4　−16)

なお リスク中立的なので <u>プレイヤー2は</u> <u>$u(x)=x$</u> （金額＝効用）

このナッシュ均衡を計算すると…



プレイヤー1はAを$\frac{4}{5}$，Bを$\frac{1}{5}$で選び
プレイヤー2はAを$\frac{2}{3}$，Bを$\frac{1}{3}$で選ぶ

プレイヤー1の期待効用は

$$\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}\times 2+\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}\times 0+\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}\times 0+\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}\times 4=$$

$$=\frac{16}{15}+\frac{4}{15}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$$

・確実性同値額をzとすると　$u(z)=\frac{4}{3}\ \rightarrow\ \sqrt{z}=\frac{4}{3}\qquad z=\frac{16}{9}$

問3　$\frac{16}{9}<2$ なのでプレイヤー1はゲームをしない <u>Nを選ぶ</u>（効用でくらべて $\frac{4}{3}<\sqrt{2}$ でも良い）