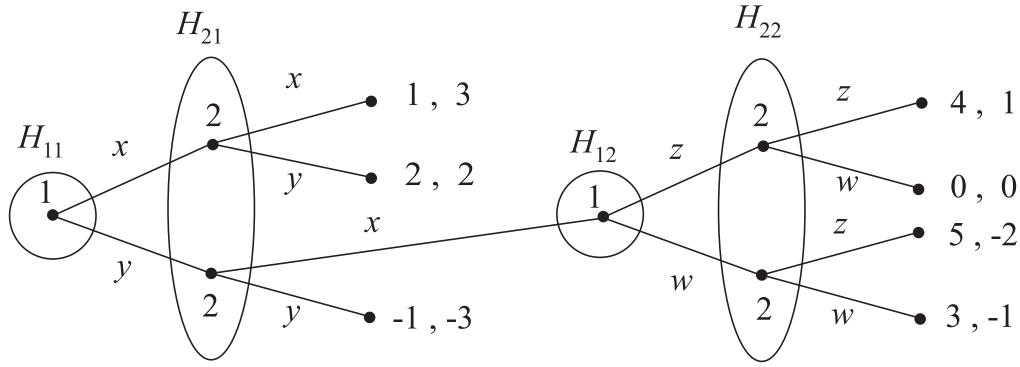
2012 年度ゲーム理論 II 期末試験解答

Jan 18, 2014 渡辺

問題 1 図 *1* の 3 つの展開形ゲームについて，部分ゲーム完全均衡を求めよ．答は表 *1* において，各プレイヤーが情報集合で選択する代替案（x か y か，または z か w か）を記入しなさい．ここで情報集合 H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表しており，利得は左にプレイヤー 1，右にプレイヤー 2 が与えられている．

問１



問２

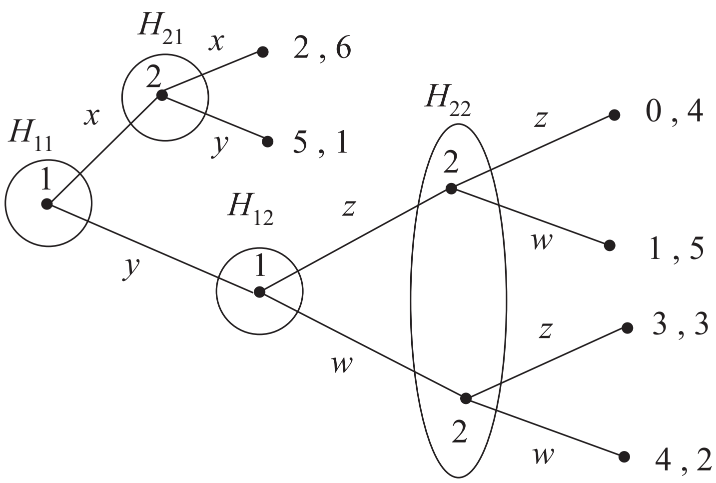


図 1: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

問 1

プレイヤー 1	H_{11}	y
	H_{12}	w
プレイヤー 2	H_{21}	x
	H_{22}	w

問 2

プレイヤー 1	H_{11}	y
	H_{12}	w
プレイヤー 2	H_{21}	x
	H_{22}	z

表 1: 図 1 のゲームの解

問題 2 *2*つの企業 (企業 *1* と企業 *2*) が同質な財を供給する複占競争を考える．財の逆需要関数は $p = 72 - x$ で与えられ (x は市場全体の生産量で，p は価格を表す)，企業の限界費用は，企業 1 が 18，企業 2 は 30 であるとする．

問 1 両企業が同時に生産量を決定するとき（クールノー競争），企業 1 の生産量は 22 で，価格は 10 である．

問 2 企業 1 が先手で，企業 2 がそれを知ってから後手で生産量を決定するとき（シュタッケルベルグ競争），企業 1 の生産量は 33 である．

問題 3 2 人戦略形ゲームにおいて，プレイヤー 1 にはタイプ A, タイプ B の *2*つのタイプがあるような不完備情報ゲームを考える．図 *2*は，この *2*つのタイプに対応する利得行列である．プレイヤー 1 は自分のタイプを知っているが，プレイヤー 2 は相手のタイプが分からず，タイプ A である確率を $\frac{1}{3}$, タイプ B である確率を $\frac{2}{3}$ で推測しているとき，このゲームの純粋戦略のベイズナッシュ均衡を**すべて**求め，選択肢から選びマークせよ．ここで $((U, D), L)$ は，プレイヤー 1 のタイプ A が U を，タイプ B が D を，プレイヤー 2 が L を選んでいる戦略の組を表す．混合戦略は考えなくて良い．複数ある時は複数マークせよ．

プレイヤー 1 がタイプ A のとき

1 \ 2	L	R
U	(3 , 0)	(1 , 9)
D	(2 ,12)	(4 , 9)

プレイヤー 1 がタイプ B のとき

1 \ 2	L	R
U	(2 , 0)	(3 ,12)
D	(4 , 0)	(1 ,12)

図 2: 各タイプに対応する利得行列

⓪ なし ① $((U, U), L)$ ② $((U, U), R)$ ③ $((U, D), L)$ ④ $((U, D), R)$
⑤ $((D, U), L)$ ⑥ $((D, U), R)$ ⑦ $((D, D), L)$ ⑧ $((D, D), R)$

答は ⑥ のみである

問題 4 2 つの企業 (企業 1 と企業 2) が同質財を供給し，複占市場でクールノー競争をしているものとする．企業 1 と企業 2 の生産量の合計を x としたとき，財の価格 p は $p = 84 - x$ で与えられるとしよう．企業 1 は，限界費用が 60 と高い場合と，30 の低い場合があるとする．前者を高費用タイプ，後者を低費用タイプと呼ぶことにする．企業 2 の限界費用は 48 とする．企業 1 は自分の費用が分かっているが，企業 2 は企業 1 の費用は分からず，高費用タイプと低費用タイプをそれぞれ確率 $\frac{2}{5}$ と $\frac{3}{5}$ として推測しているものとする（企業 2 の費用が 48 であることはどちらもよく知っている）．

問 1 企業 1 高費用タイプの生産量を x_{1H}，企業 2 の生産量を x_2 とする．企業 1 高費用タイプの最適反応関数（利潤を最大にする生産量）は

$$x_{1H} = \frac{1}{2}x_2 + 12$$

となる．

問 2 ベイズナッシュ均衡における企業 1 低費用タイプの生産量は 22，企業 2 の生産量は 10 である．

問 3 ベイズナッシュ均衡における企業 1 高費用タイプの利潤は 49 である．

問題 5 図 3 は囚人のジレンマとなるようなゲームである．

1 \ 2	C	D
C	(10 , 10)	(-2 , 15)
D	(15 , -2)	(0 , 0)

図 3: 成分ゲームとなる囚人のジレンマ

この囚人のジレンマゲームを成分ゲームとして繰り返すゲームにおいて，次の 2 つの戦略を考える．

戦略 1 第 1 回目は C を出す．2 回目以降は，もしそれまでの回で相手がずっと C を出していたならば C を選ぶ．その回までに 1 度でも相手が D を出していたならば D を選ぶ．いわゆる「トリガー戦略」

戦略 2 どの回も D を出し続ける．いわゆる「常に協力しない」戦略

このとき，6 回の繰り返しゲームを考察する．割引因子 $R = 0.9$ として，以下の問いに答えなさい．必要であれば

$$0.9^5 = 0.59, \quad 0.9^6 = 0.53, \quad \log_{10} 0.9 = -0.046$$

を用いなさい．

1 \ 2	戦略1	戦略2
戦略1	(a , a)	(c , b)
戦略2	(b , c)	(d , d)

図 4: 繰り返しゲーム

問 1 上記の戦略 *1* と戦略 *2* のみを戦略であると考えて，この 6 回の繰り返しゲームを戦略形ゲームとした利得行列が図 *4* で与えられている．このとき $a = 47$,$b = 15$ となる．*(*小数第 *1* 位以下は四捨五入*)*.

問 2 この 6 回繰り返しゲームでは，戦略 1 の組合せはナッシュ均衡にはならない．それは，相手が戦略 1 を選んでいるときに以下のような戦略 3 を選ぶことが利得を高くするからである．

戦略 3 第 1 回目は C を出す．2 回目以降 5 回目までは，もしそれまでの回で相手がずっと C を出していたならば C を選ぶ．その回までに 1 度でも相手が D を出していたならば D を選ぶ．そして 6 回目は必ず D を選ぶ．

問 3 プレイヤー *2* が戦略 1 を選んでいるとき，プレイヤー *1* は戦略 1 から戦略 3 に戦略を変えることで,（全体ゲームの割引された）利得を ϵ だけ増加させることができる．ϵ はいくつになるか，もっとも近い値は ④.

⓪ 0	① 0.5	② 2.4	③ 2.7	④ 3.0	⑤ 5.0	⑥ 5.2	⑦ 5.5	⑧ 15

問 4 プレイヤーが，戦略 1 から戦略 3 に変えたときの利得の僅かな増加 ϵ は気にせずに，戦略 1 を選択するようなプレイヤーであれば，両プレイヤーは戦略 1 を選び協力が達成される．プレイヤーが気にしない利得が ϵ より小さければ，6 回の繰り返しゲームでは協力が達成されないが，繰り返す回数を多くすれば協力は達成できる．例えば，プレイヤーが 0.5 以下の利得の増加を気にしないのであれば，ゲームを 23 回以上繰り返せば協力が達成できる．