2014 ゲーム理論 2 期末試験解答

Jan 31, 2015

問題 1 図 *1* の 2 つの展開形ゲームについて，部分ゲーム完全均衡は以下の通り．

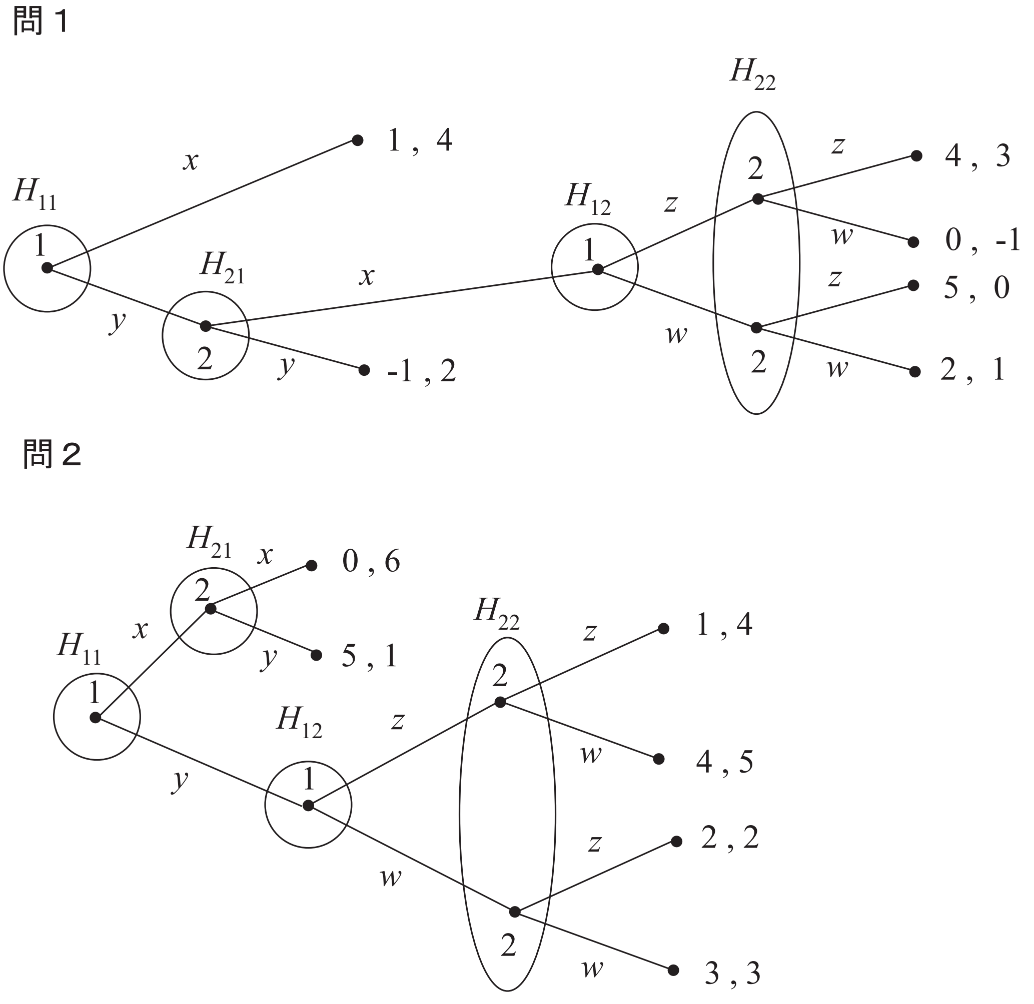

図 1: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

問 1

プレイヤー 1	H_{11}	x
	H_{12}	w
プレイヤー 2	H_{21}	y
	H_{22}	w

問 2

プレイヤー 1	H_{11}	y
	H_{12}	z
プレイヤー 2	H_{21}	x
	H_{22}	w

表 1: 図 1 のゲームの解

問題 2 1，2，3，4 の 4 人の女子を A，B，C，D の 4 人の男子とマッチングする．各個人の好みは以下のように与えられているとする．

女子の好み	男子の好み
$1 : A \succ B \succ D \succ C$	$A : 3 \succ 2 \succ 1 \succ 4$
$2 : D \succ B \succ A \succ C$	$B : 1 \succ 3 \succ 2 \succ 4$
$3 : D \succ A \succ B \succ C$	$C : 4 \succ 1 \succ 3 \succ 2$
$4 : A \succ B \succ D \succ C$	$D : 4 \succ 1 \succ 3 \succ 2$

このとき，女子が好みを提出する受け入れ保留方式（*Gale-Shapley*アルゴリズム）のマッチングの結果は，$1 - B$,$2 - C$,$3 - A$,$4 - D$ となる．

問題 3 2 人戦略形ゲームにおいて，プレイヤー 1 にはタイプ A, タイプ B の *2* つのタイプがあるような不完備情報ゲームを考える．図 *2* は，この *2* つのタイプに対応する利得行列である．プレイヤー 1 は自分のタイプを知っているが，プレイヤー 2 は相手のタイプが分からず，タイプ A である確率を $\frac{1}{4}$, タイプ B である確率を $\frac{3}{4}$ で推測しているとき，このゲームの純粋戦略のベイズナッシュ均衡は $((U, D), L)$ と $((D, U), R)$ である．

プレイヤー 1 がタイプ A のとき

1＼2	L	R
U	(3, 12)	(1 , 4)
D	(2 , 0)	(4 , 8)

プレイヤー 1 がタイプ B のとき

1＼2	L	R
U	(2 , 0)	(3 , 8)
D	(4 , 12)	(1 , 4)

図 2: 各タイプに対応する利得行列

問題 4 2 つの企業 (企業 1 と企業 2) が同質財を供給し，複占市場でクールノー競争をしているものとする．企業 1 と企業 2 の生産量の合計を x としたとき，財の価格 p は $p = 120 - x$ で与えられるとしよう．企業 1 は，限界費用が 48 と高い場合と，24 の低い場合があるとする．前者を高費用タイプ，後者を低費用タイプと呼ぶことにする．企業 2 の限界費用は 24 とする．企業 1 は自分の費用が分かっているが，企業 2 は企業 1 の費用は分からず，高費用タイプと低費用タイプをそれぞれ確率 $\frac{1}{4}$ と $\frac{3}{4}$ として推測しているものとする（企業 2 の費用が 24 であることはどちらもよく知っている）．

問 1 企業 1 高費用タイプの生産量を x_{1H}，企業 2 の生産量を x_2 とする．企業 1 高費用タイプの最適反応関数（利潤を最大にする生産量）は

$$x_{1H} = -\frac{1}{2}x_2 + 36$$

となる．

問 2 ベイズナッシュ均衡における企業 1 低費用タイプの生産量は 31，企業 2 の生産量は 34 である．

問 3 ベイズナッシュ均衡において，企業 1 が高費用タイプの場合，財の価格は 67 となる．

問題 5 図 *3* の展開形ゲームについて，以下の解として当てはまるものを選択肢から選び，**すべて**マークせよ．純粋戦略のみ考え，混合戦略は考えなくて良い．

問 1 部分ゲーム完全均衡：②，⑦（部分ゲームの解が (U,R) と (D,L) の 2 つある．(U,R) ではプレイヤー 1 は H_{11} で Y を選ぶので $((Y,U),R)$ が解，(D,L) ではプレイヤー 1 は H_{11} で N を選ぶので $((N,D),L)$ が解）

問 2 （戦略形ゲームに変換した時の）ナッシュ均衡：②，⑤，⑦．

問 3 （戦略形ゲームに変換した時の）支配されないナッシュ均衡：⑤，⑦．（戦略形ゲームでは，プレイヤー 2 の R は L に支配されている．したがって問 *2* のナッシュ均衡のうち，$((Y,U),R)$）だけは解にならない．*)*

⓪	なし	①	$((Y,U),L)$	②	$((Y,U),R)$	③	$((Y,D),L)$	④	$((Y,D),R)$
⑤	$((N,U),L)$	⑥	$((N,U),R)$	⑦	$((N,D),L)$	⑧	$((N,D),R)$		

ここで

- 情報集合 H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表しており，利得は左にプレイヤー 1，右にプレイヤー 2 の利得が与えられている．
- 解の書き方における $((Y,U),L)$ は，H_{11} で Y，H_{12} で U，H_{21} で L が選ばれることに対応している．
- **（ヒント）**　部分ゲーム完全均衡は，すべての適切な部分ゲームにおいてナッシュ均衡となる戦略の組である．しかし，それぞれの適切な部分ゲームにおけるナッシュ均衡は，支配されないナッシュ均衡である必要はない．

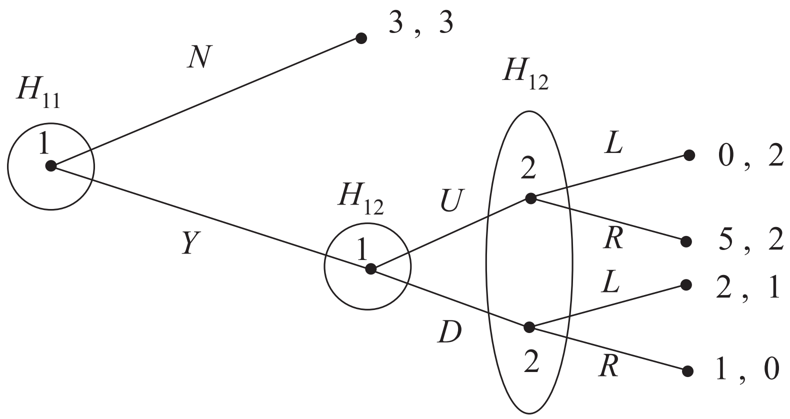

図 3: 部分ゲーム完全均衡，ナッシュ均衡，支配されないナッシュ均衡を求めよ