

ゲーム理論前期末試験

July 23, 2013

- 以下の問題に答え，指示に従ってマークを塗りつぶしてください．
- 解答欄が分数の問題は，必ず約分をして答えてください．また1は $\frac{1}{1}$ ，0は $\frac{0}{1}$ と答えてください．
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に0を書いてください．例えば アイ の答えが7のときは，07とし，アに0，イに7をマークして下さい．

問題 1 図 1 の戦略形ゲームについて，ア - ウ に当てはまるものを各問いの指示に従って答えなさい．

問 1 プレイヤー 2 に弱支配戦略はあるか．あればその戦略を選び，なければ「なし」を選んで ア にマークせよ（支配戦略は弱支配戦略であるとする）．

- ① U ② D ③ L
④ M ⑤ R ⑥ なし

問 2 純粋戦略のナッシュ均衡をすべて イ にマークせよ（複数ある時は複数マークし，ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない）．

- ① (U,L) ② (U,M) ③ (U,R)
④ (D,L) ⑤ (D,M) ⑥ (D,R) ⑦ なし

問 3 純粋戦略の「支配されないナッシュ均衡」をすべて ウ にマークせよ（複数ある時は複数マークし，ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない）．

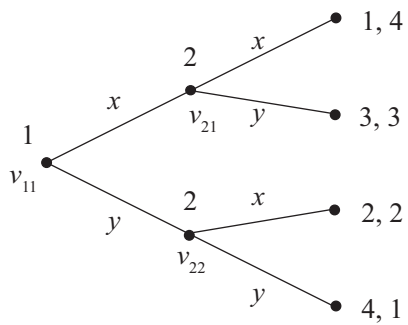
- ① (U,L) ② (U,M) ③ (U,R)
④ (D,L) ⑤ (D,M) ⑥ (D,R) ⑦ なし

1 \ 2	L	M	R
U	(1 , 3)	(5 , 4)	(2 , 4)
D	(2 , 8)	(1 , 1)	(1 , 2)

図 1: 問題 1 の利得行列

問題 2 図 2 について, バックワードインダクションを用いてゲームの解を求めなさい. 答は表 1 において, 各プレイヤーが意思決定点で選択する代替案 (x か y か) を記入しなさい. なお図では利得は左から順にプレイヤー 1, 2, 3 を表し, 点の v_{ij} はプレイヤー i の j 番目の意思決定点を表している.

問 1



問 2 (プレイヤーの順序が不規則なので注意)

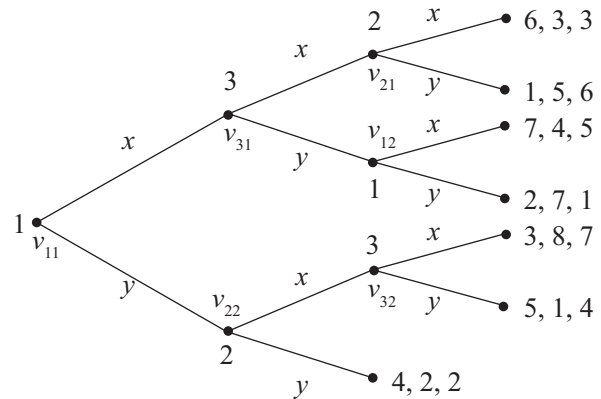


図 2: ゲームの解を求める

問 1

プレイヤー 1	v_{11}	ア
プレイヤー 2	v_{21}	イ
	v_{22}	ウ

問 2

プレイヤー 1	v_{11}	エ
	v_{12}	オ
プレイヤー 2	v_{21}	カ
	v_{22}	キ
プレイヤー 3	v_{31}	ク
	v_{32}	ケ

表 1: 図 2 のゲームの解

問題 3 図 3 のゲームについて， - に当てはまる数値を答えなさい。

- 図 3 のナッシュ均衡は，混合戦略まで含めると 個ある。
- 図 3 のゲームのナッシュ均衡で，完全に混合戦略だけのナッシュ均衡 (すべてのプレイヤーが純粋戦略を確率 1 で選ぶことはないもの) で，プレイヤー 1 は U を $\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$ で選択し，プレイヤー 2 は R を $\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$ で選択する (L の確率ではなく R であることに注意)。

		2	
		L	R
1	U	(1, 3)	(3, 2)
	D	(2, 5)	(1, 9)

図 3: 2 人ゲーム

問題 4 以下の問いに答え， - に当てはまる数値を答えなさい。

ある財の市場が独占市場であるとする。財の逆需要関数が $p = 42 - x$ で (x は生産量で， p は価格)，企業が財を 1 単位生産するための費用が 6 であるとする。

問 1 独占企業の利潤を最大にする生産量は ，
価格は である。

問 2 消費者余剰は であり，企業の利益は である。

次に，この市場が 2 企業の複占市場であるとし，2 企業が同時に生産量を決定するクールノー競争を考える。財を 1 単位生産するための費用は，どちらの企業も 6 であるとする。次の問いに答えなさい。

問 3 クールノー均衡における各企業の生産量は ，均衡価格は である。

問 4 クールノー均衡における各企業 (1 つの企業) の利潤は である。

問 5 独占市場に比べ，複占市場では社会的総余剰は 増加する。

問題 5 図 4 は 2 人ゼロ和ゲームの利得表であり, プレイヤー 1 の利得を表している. このゲームのマキシミニ戦略を求めると, プレイヤー 1 は B を $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ で選択する. プレイヤー

2 は W を $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ で, X を $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ で選択する.

上記の $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ - $\frac{\text{カ}}{\text{イ}}$ に当てはまる数値を答えよ. ただし答えは約分して求め, 1 は $\frac{1}{1}$, 0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ.

		2			
		W	X	Y	Z
1	A	3	2	4	12
	B	6	7	-1	-3

図 4: 2 人ゼロ和ゲームの利得表

問題 6 n 企業が同時に生産量を決定するクールノー競争を考える. 企業が財を 1 単位生産するための費用は, すべての企業が同じ 15 であるとする. 企業 1 の生産量を x_1 , 企業 2 の生産量を x_2, \dots , 企業 n の生産量を x_n とすると, 財の逆需要関数は

$$p = 45 - (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

で与えられるものとする. 次の問いに答えなさい.

問 1 企業 1 の利潤を π_1 とすると

$$\pi_1 = px_1 - 15x_1 = \left\{ \frac{\text{アイ}}{\text{イ}} - (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \right\} x_1 - 15x_1$$

となる.

問 2 企業 1 の最適反応関数を求める. 利潤を最大化する生産量では, π_1 を x_1 で微分して 0 になる. その式を x_1 について解くことで,

$$x_1 = -\frac{1}{\frac{\text{ウ}}{\text{イ}}} (x_2 + \dots + x_n) + \frac{\text{エオ}}{\text{イ}} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

となる.

問 3 すべての企業の費用が等しく対称的なため, ナッシュ均衡における企業の生産量はすべて同じになると考えられる. そこで $x_1 = x_2 = \dots = x_n = x^*$ として, 式 (1) に代入すると

$$x^* = \frac{\frac{\text{カキ}}{\text{イ}}}{n + \frac{\text{ク}}{\text{イ}}}$$

を得る.

問 4 $n = 4$ のときの各企業 (1 つの企業) の生産量は $\frac{\text{ケ}}{\text{イ}}$ である.

問 5 $n \rightarrow \infty$ とすると均衡価格は $\frac{\text{コサ}}{\text{イ}}$.