2014年度

ゲーム理論１　期末試験　解答とちょこっと解説

July 29, 2014

- 以下の問題に答え，指示に従ってマークを塗りつぶしなさい．
- 解答欄が分数の問題は，必ず約分をして答えよ．また1は$\frac{1}{1}$，0は$\frac{0}{1}$と答えよ．
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に0をマークせよ．例えば $\boxed{\text{アイ}}$ の答えが7のときは，07とし，アに0，イに7をマークせよ．

問題 1 図 *1* の戦略形ゲームについて，$\boxed{\text{ア}}$–$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものをマークせよ．

問 1 プレイヤー2に弱支配戦略はあるか．あればその戦略を選び，なければ「なし」を選んで $\boxed{\text{ア}}$ にマークせよ（支配戦略は弱支配戦略であるとする）．

① *U*　② *D*　③ *L*
④ *M*　⑤ *R*　⑥ なし

⑤

問 2 純粋戦略のナッシュ均衡を**すべて** $\boxed{\text{イ}}$ にマークせよ．(複数ある時は複数マークし，ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない)．

① *(U,L)*　② *(U,M)*　③ *(U,R)*
④ *(D,L)*　⑤ *(D,M)*　⑥ *(D,R)*　⑦ なし

②,③,④

問 3 純粋戦略の「支配されないナッシュ均衡」を**すべて** $\boxed{\text{ウ}}$ にマークせよ．(複数ある時は複数マークし，ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない)．

① *(U,L)*　② *(U,M)*　③ *(U,R)*
④ *(D,L)*　⑤ *(D,M)*　⑥ *(D,R)*　⑦ なし

③

1 \ 2	L	M	R
U	(1,3)	(5,4)	(1,4)
D	(2,5)	(1,3)	(0,5)

図 1: 問題１の利得行列

問題 2 図 *2* について，バックワードインダクションを用いてゲームの解を求めよ．答は表 *1* において，各プレイヤーが意思決定点で選択する代替案（x か y か）を記入してください．なお図では利得は左から順にプレイヤー 1,2,3 を表し，点の v_{ij} はプレイヤー i の j 番目の意思決定点を表している．

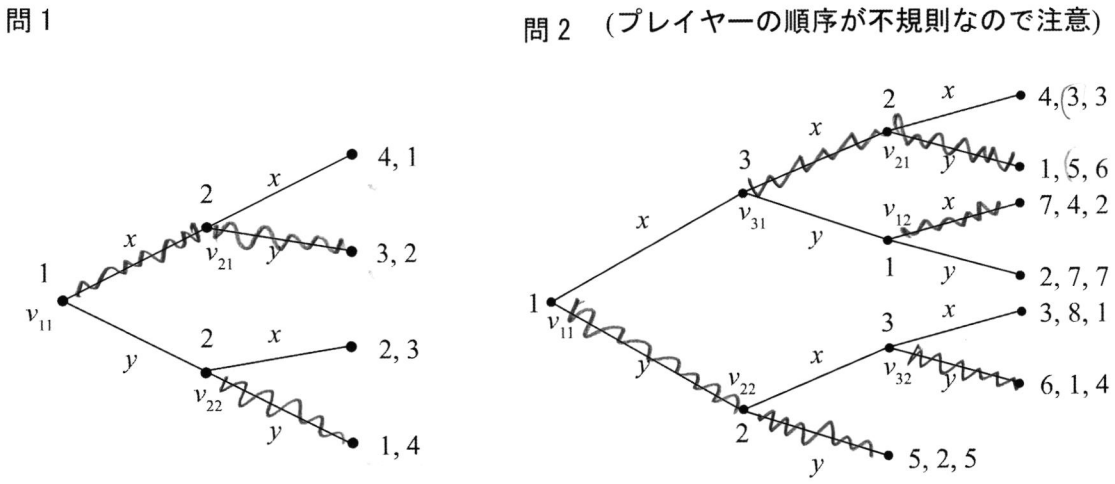


図 2: ゲームの解を求める

問 1

プレイヤー 1	v_{11}	ア
プレイヤー 2	v_{21}	イ
	v_{22}	ウ

問 2

プレイヤー 1	v_{11}	エ
	v_{12}	オ
プレイヤー 2	v_{21}	カ
	v_{22}	キ
プレイヤー 3	v_{31}	ク
	v_{32}	ケ

表 1: 図 2 のゲームの解

問題 3 図 *3* のゲームについて，$\boxed{\text{ア}}$ - $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数値を答えよ．

- 図 3 のナッシュ均衡は，混合戦略まで含めると $\boxed{\text{ア}}$ 3 個ある．
- 図 3 のゲームのナッシュ均衡で，完全に混合戦略だけのナッシュ均衡 (すべてのプレイヤーが純粋戦略を確率 1 で選ぶことはないもの）で，プレイヤー 1 は U を $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ $\frac{4}{7}$ で選択し，プレイヤー 2 は R を $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ $\frac{1}{4}$ で選択する (L の確率ではなく R であることに注意）．

1 \ 2		q L	$1-q$ R
p	U	(3, 5)	(1, 2)
$1-p$	D	(2, 4)	(4, 8)

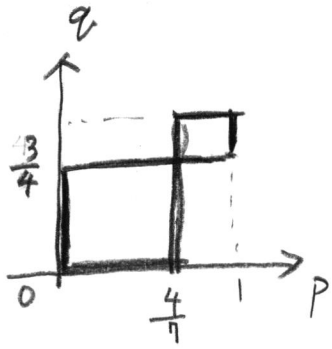


図 3: 2 人ゲーム

問題 4 以下の問いに答え，$\boxed{\text{アイ}}$ - $\boxed{\text{スセソ}}$ に当てはまる数値を答えよ．

ある財の市場が独占市場であるとする．財の逆需要関数が $p = 29 - x$ で (x は生産量で，p は価格)，企業が財を 1 単位生産するための費用が 5 であるとする．

問 1 独占企業の利潤を最大にする生産量は $\boxed{\text{アイ}}$ 12，価格は $\boxed{\text{ウエ}}$ 17 である．

問 2 消費者余剰は $\boxed{\text{オカ}}$ 72 であり，企業の利益は $\boxed{\text{キクケ}}$ 180 である．

次に，この市場が 2 企業の複占市場であるとし，2 企業が同時に生産量を決定するクールノー競争を考える．財を 1 単位生産するための費用は，どちらの企業も ~~6~~ であるとする．

問 3 クールノー均衡における各企業の生産量は $\boxed{\text{コ}}$ 8，均衡価格は $\boxed{\text{サシ}}$ 13 である．

問 4 この複占市場における消費者余剰は $\boxed{\text{スセソ}}$ 128 である．

5 です

問題 5 *2*つの企業 *(*企業 *1* と企業 *2)* が差別化された製品を供給している差別化寡占の問題を考えよう．財の需要関数は，企業 i の価格を p_i, 需要量を q_i とすると

$$q_1 = 15 - p_1 + p_2$$

$$q_2 = 15 - p_2 + p_1$$

で与えられるものとする．また企業が財を生産する限界費用は，企業 1 が 3，企業 2 は 9 であるとする．以下の問いの $\boxed{\text{アイ}}$ - $\boxed{\text{オカキ}}$ に当てはまる数値をマークせよ．

問 1 ベルトランナッシュ均衡における企業 1 の価格は $\boxed{\text{アイ}}$ 20 で，企業 2 の価格は $\boxed{\text{ウエ}}$ 22 である．

問 2 ベルトランナッシュ均衡における企業 1 の利潤は $\boxed{\text{オカキ}}$ 289 である．

問題 6 図 *4* のゲームについて，$\boxed{\text{ア}}$ - $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまる数値をマークせよ．

- $a <$ $\boxed{\text{ア}}$ 3 のとき，図 4 のナッシュ均衡は混合戦略まで含めて $\boxed{\text{イ}}$ 1 個ある．このとき，プレイヤー 1 のナッシュ均衡における利得は $\boxed{\text{ウ}}$ 3，プレイヤー 2 のナッシュ均衡における利得は 2 である．
- $a >$ $\boxed{\text{ア}}$ 3 のとき，図 4 のナッシュ均衡は混合戦略まで含めて $\boxed{\text{エ}}$ 1 個ある．このとき，プレイヤー 1 がナッシュ均衡で U を選ぶ確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ $\dfrac{1}{9}$ である．また a が非常に大きくなると，プレイヤー 2 が L を選ぶ確率は $\boxed{\text{キ}}$ 0 に近づき，そのときのプレイヤー 1 の利得は $\boxed{\text{ク}}$ 4 に近づく．

ちょっと解説

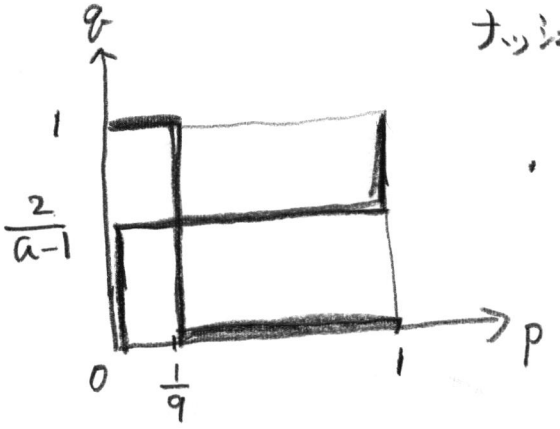
・プレイヤー1のLを選ぶ確率をp，(Rは1−p)
プレイヤー2のRを選ぶ確率をq (Lは1−q)
とすると、

1 \ 2	q L	1−q R
p U	(a, 0)	(4, 8)
1−p D	(3, 2)	(6, 1)

L R
$aq + 4(1-q) > 3q + 6(1-q)$
$(a-1)q > 2$
$q > \dfrac{2}{a-1}$
$q > \dfrac{2}{a-1}$ の時 $p = 1$

図 4: 変数のある 2 人ゲーム

ナッシュ均衡は $p = \frac{1}{9}$, $q = \frac{2}{a-1}$



・$a \to +\infty$ とすると $q \to 0$ つまりプレイヤーの2がLを選ぶ確率は0に近づく

→次のページ

プレイヤー1の期待利得は

$$p\times q\times a + p\times(1-q)\times 4 + (1-p)\times q\times 3 + (1-p)\times(1-p)\times 6$$

$$= \frac{1}{9}\times\frac{2}{a-1}\times a + \frac{1}{9}\times\frac{a-3}{a-1}\times 4 + \frac{8}{9}\times\frac{2}{a-1}\times 3 + \frac{8}{9}\times\frac{a-3}{a-1}\times 6$$

$$= \frac{1}{9(a-1)}\{2a + 4(a-3) + 48 + 48(a-3)\}$$

$$= \frac{1}{9(a-1)}(2a + 4a - 12 + 48 + 48a - 144)$$

$$= \frac{1}{9(a-1)}(54a - 108) = \frac{54(a-2)}{9(a-1)}$$

$a\to+\infty$とすると $\frac{a-2}{a-1}\to 1$

なので $\frac{54}{9}$に近づく

よって答は6

なぜなら $\frac{a-2}{a-1} = \frac{a-1-1}{a-1} = 1-\frac{1}{a-1}$

で$a\to+\infty$とすると 1に近づく

または $\frac{a-2}{a-1} = \frac{1-\frac{2}{a}}{1-\frac{1}{a}}$

$a\to+\infty$で$\frac{1}{a}, \frac{2}{a}\to 0$なので $\frac{a-2}{a-1}\to 1$