ゲーム理論１　期末試験

July 28, 2015

- 以下の問題に答え，指示に従ってマークを塗りつぶしなさい．
- 解答欄が分数の問題は，必ず約分をして答えよ．また 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ．
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に 0 をマークせよ．例えば $\boxed{\text{アイ}}$ の答えが 7 のときは，07 とし，アに 0，イに 7 をマークせよ．

問題１ $\boxed{\text{ア}}$–$\boxed{\text{エ}}$ には，当てはまる選択肢を、各問いの候補の中から選び，$\boxed{\text{オ}}$–$\boxed{\text{キ}}$ には，当てはまる数値を答えよ．

問１ 一般にゲーム理論は数学者 $\boxed{\text{ア}}$ とモルゲンシュテルンが著した *Theory of Games and Economic Behavior* という本がその始まりと言われる．また，すべての n 人非協力ゲームにナッシュ均衡が存在することを示した人物は $\boxed{\text{イ}}$ である．

① ボレル　② ナッシュ　③ ミリグロム
④ ヴィカリー　⑤ フォン・ノイマン　⑥ ジョイマン

問２ 図 *1* のゲーム 1 からゲーム 3 の中で，囚人のジレンマは $\boxed{\text{ウ}}$，チキンゲーム（タカーハトゲーム）は $\boxed{\text{エ}}$ である．

① ゲーム 1　② ゲーム 2　③ ゲーム 3
④ ゲーム 1 とゲーム　⑤ ゲーム 2 とゲーム 3　⑥ ゲーム 1 とゲーム 3

問３ 図 *1* のゲーム２のナッシュ均衡は，混合戦略まで含めると $\boxed{\text{オ}}$ 個ある．完全に混合戦略だけのナッシュ均衡 (すべてのプレイヤーが純粋戦略を確率 1 で選ぶことはないもの）で，プレイヤー 1 は B を $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ で選択する (A の確率ではなく B であることに注意）．

ゲーム1

1 \ 2	A	B
A	(2 , 2)	(0 , 3)
B	(3, 0)	(1, 1)

ゲーム2

1 \ 2	A	B
A	(2 , 2)	(1 , 3)
B	(3 , 1)	(0 , 0)

ゲーム3

1 \ 2	A	B
A	(3 , 3)	(2 , 1)
B	(1 , 2)	(0 , 0)

図 1: ３つのゲーム

問題 2 図 *2* について，バックワードインダクションを用いてゲームの解を求めよ．答は表 *1* において，各プレイヤーが意思決定点で選択する代替案（x か y か）を記入してください．なお図では利得は左から順にプレイヤー 1,2,3 を表し，点の v_{ij} はプレイヤー i の j 番目の意思決定点を表している．

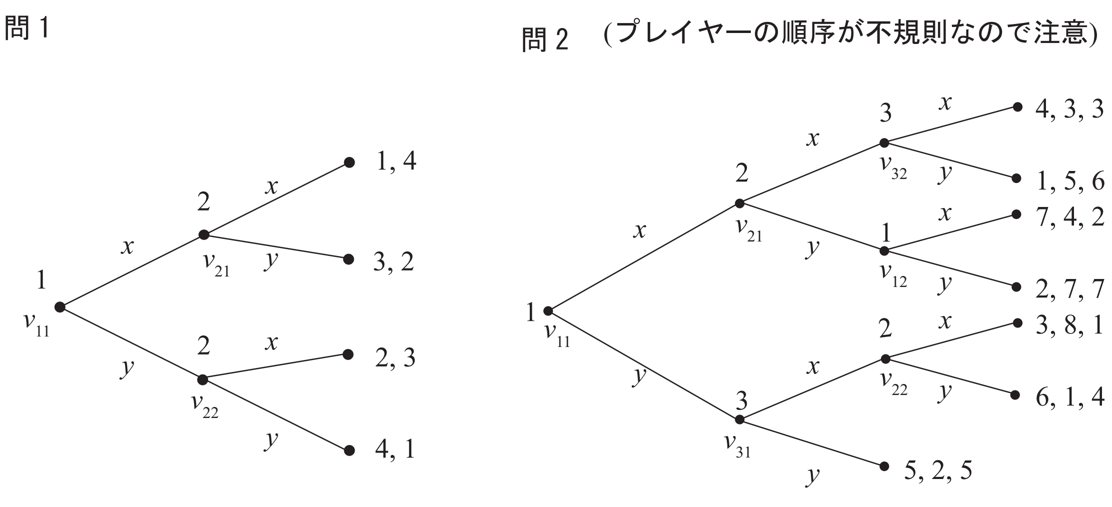

図 2: ゲームの解を求める

問 1

プレイヤー 1	v_{11}		ア
プレイヤー 2	v_{21}		イ
	v_{22}		ウ

問 2

プレイヤー 1	v_{11}		エ
	v_{12}		オ
プレイヤー 2	v_{21}		カ
	v_{22}		キ
プレイヤー 3	v_{31}		ク
	v_{32}		ケ

表 1: 図 2 のゲームの解

問題 3 以下の問いに答え，$\boxed{\text{アイ}}$ – $\boxed{\text{シスセ}}$ に当てはまる数値を答えよ．

ある財の市場が独占市場であるとする．財の逆需要関数が $p = 38 - x$ で (x は生産量で，p は価格)，企業 A が財を 1 単位生産するための費用が 4 であるとする．

問 1 独占企業 A の利潤を最大にする生産量は $\boxed{\text{アイ}}$，価格は $\boxed{\text{ウエ}}$ である．

問 2 企業 A の利益は $\boxed{\text{オカキ}}$ である．

次に，この市場が 2 企業の複占市場であるとし，企業 A と B が同時に生産量を決定するクールノー競争を考える．財を 1 単位生産するための費用は，企業 A が 4，企業 B が 6 であるとする．

問 3 クールノー均衡における企業 A の生産量は $\boxed{\text{クケ}}$，均衡価格は $\boxed{\text{コサ}}$ である．

問 4 この複占市場における消費者余剰は $\boxed{\text{シスセ}}$ である．

問題 4 2 人のプレイヤーが 60 万円を分ける最後通牒ゲームを行うとする．まずプレイヤー 1 が自分の分け前を x 万円（プレイヤー 2 の分け前を $60-x$ 万円）で提案する．提案は 1 **万円単位**とする．次に，プレイヤー 2 が承諾か拒否を選ぶ．承諾すれば，プレイヤー 1 は x 万円，プレイヤー 2 は $60-x$ 万円を獲得し，拒否すれば何ももらえずゲームは終わる．なおプレイヤー 2 は**承諾と拒否の利得が同じ場合は，拒否する**とする．以下の問いに答え，$\boxed{\text{アイ}}$–$\boxed{\text{ウエ}}$ に当てはまる数値を答えよ．（なお，答が 1 桁の場合は，十の桁に 0 を入れよ．例えば 5 は 05，0 は 00.）

問 1 このゲームにおいて，プレイヤー 2 が承諾し交渉が締結したときに限り，ゲームの参加料として，プレイヤー 1 も 2 も 5 万円取られるとする.（プレイヤー 2 が拒否した時は何も取られない）．このときゲームの解として，プレイヤー 1 は $x=$ $\boxed{\text{アイ}}$ 万円を提案する．

問 2 このゲームにおいて，プレイヤー 2 が承諾しても拒否しても，ゲームの参加料として，プレイヤー 1 も 2 も 5 万円取られるとする．このときゲームの解として，プレイヤー 1 は $x=$ $\boxed{\text{ウエ}}$ 万円を提案する．

問題 5 A と B という 2 人のプレイヤーが,「仏」と呼ばれる謎の男の前でゲームをさせられている．ルールは以下のとおりである．

- A と B は 0 万円，2 万円，4 万円のどれかを同時に選び，その金額を 1 万円札で仏に支払う．
- 仏はその**合計額**を 1.5 倍にし，それが 1 万円の偶数倍の場合は，1 万円札で A と B に返す．A と B はそれを**均等に**分ける．1.5 倍にした数が 1 万円の奇数倍の場合は,（均等に分けられないので），仏は合計額の 1.5 倍に 1 万円を加えて，1 万円札で A と B に返す．A と B はそれを均等に分ける．
- 最終的に獲得した金額が A と B の利得である．

例えば，A が 0 万円，B が 4 万円を選んだ場合，その合計額の 1.5 倍は $4\times1.5=6$ で 6 万円であり，6 は偶数であるので 6 万円が A と B に返される．A と B はこれを 3 万円ずつ分けるが，支払った金額を差し引くと最終的な A の利得は 3 万円，B の利得は -1 万円である．A が 2 万円，B が 4 万円を選んだ場合，その合計額の 1.5 倍は 9 万円であり，9 は奇数なので 1 万円加えて 10 万円が A と B に返される．A と B は，これを 5 万円ずつ分けるが，支払った金額を差し引くと A の利得は 3 万円，B の利得は 1 万円である．

このゲームを戦略形ゲーム考える．$\boxed{\text{ア}}$–$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまるものをマークせよ．

問 1 A に弱支配戦略はあるか．あればその戦略を選び，なければ「なし」を選んで $\boxed{\text{ア}}$ にマークせよ（支配戦略は弱支配戦略であるとする）．

⓪ なし　① 0 万円　② 2 万円　③ 4 万円

問 2 純粋戦略のナッシュ均衡をすべて $\boxed{\text{イ}}$ にマークせよ．ここで (x,y) は，A が x 万円を選び，B が y 万円を選ぶことを意味している（複数ある時は複数マークし，ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない）．

⓪ なし　① $(0,0)$　② $(0,2)$　③ $(0,4)$　④ $(2,0)$
⑤ $(2,2)$　⑥ $(2,4)$　⑦ $(4,0)$　⑧ $(4,2)$　⑨ $(4,4)$

問 3 純粋戦略の「支配されないナッシュ均衡」を**すべて** $\boxed{\text{ウ}}$ にマークせよ．（複数ある時は複数マークし，ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない）．

⓪ なし ① $(0,0)$ ② $(0,2)$ ③ $(0,4)$ ④ $(2,0)$
⑤ $(2,2)$ ⑥ $(2,4)$ ⑦ $(4,0)$ ⑧ $(4,2)$ ⑨ $(4,4)$

問題 6 2 つの企業 (企業 1 と企業 2) が差別化された製品を供給している．企業 $i(i=1,2)$ の価格を p_i, 需要量を q_i とすると財の需要関数は

$$q_1 = 12 - p_1 + p_2$$

$$q_2 = 12 - p_2 + p_1$$

で与えられるものとする．企業が財を生産する限界費用は，両企業とも 4 一定であるとする．ここでまず企業 1 が先手で価格 p_1 を決定し，それを知って企業 2 が後手で価格 p_2 を決定する．以下の問いの $\boxed{\text{ア}}$–$\boxed{\text{コサシ}}$ に当てはまる数値をマークせよ．

問 1 企業 1 の価格 p_1 に対する企業 2 の最適反応関数は，

$$p_2 = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} p_1 + \boxed{\text{ウ}}$$

と表せる．

問 2 企業 1 が価格 p_1 を選んだとき，企業 2 が最適反応関数の価格 p_2 を選ぶとして企業 1 の利益を p_1 で表すと

$$-\frac{1}{2}p_1^2 + \boxed{\text{エオ}} p_1 - 80$$

となる．

問 3 均衡における企業 1 の価格は $\boxed{\text{カキ}}$ で，企業 2 の価格は $\boxed{\text{クケ}}$ である．企業 1 の利潤は $\boxed{\text{コサシ}}$ である．