ゲーム理論２ 期末試験

Jan 31, 2016

- 解答は解答用紙のマークに記入して提出せよ．

問題 1 図 *1* の２つの展開形ゲームについて，部分ゲーム完全均衡を求めよ．答は表 *1* において，各プレイヤーが情報集合で選択する行動を記入しなさい．ここで情報集合 H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表しており，利得は左がプレイヤー 1，右がプレイヤー 2 を表している．もし部分ゲーム完全均衡が２つ以上ある場合は，どちらを答えても良い．

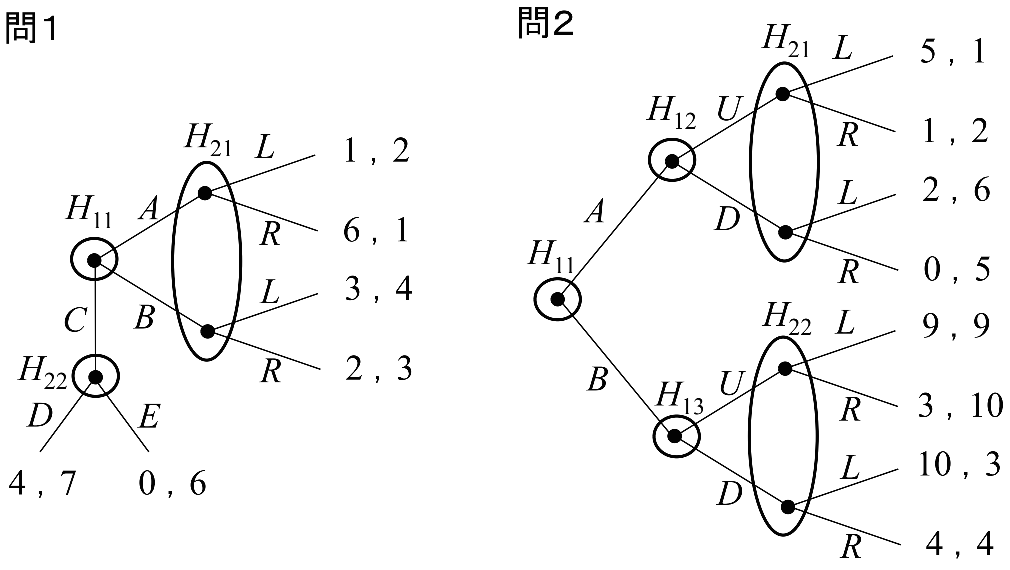

図 1: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

問 1

プレイヤー 1	H_{11}		ア
プレイヤー 2	H_{21}		イ
	H_{22}		ウ

問 2

プレイヤー 1	H_{11}		エ
	H_{12}		オ
	H_{13}		カ
プレイヤー 2	H_{21}		キ
	H_{22}		ク

表 1: 図 1 のゲームの解

問題 2 多数のプレイヤーがいて，毎期ランダムに出会い，２人でゲームをする．この２人をプレイヤー１と２としたとき，その利得は対称的であるので一方だけを示せば良く，図 *2* に示した利得表は，このゲームのプレイヤー１の利得を表している．プレイヤーは，ゲームの戦略 A と戦略 B のどちらかを選ぶことになっており，期間中変えることはない．各期の最初に，僅かな比率のプレイヤーだけが前の期から戦略を変える機会があり，それ以外の（ほとんどの）プレイヤーは前の期と同じ戦略をとる．

ここで各期の最初に戦略を変えるプレイヤーは，前の期において，それぞれの戦略を選んだプレイヤーの利得の平均が高い戦略に変更するとする．次の問いに答えなさい．

プレイヤー1 \ プレイヤー2	A	B
A	3	2
B	6	0

図 2: 各タイプに対応する利得行列

問 1 このゲームのナッシュ均衡は

（均衡 1）プレイヤー *1* が A を選ぶ,
（均衡 2）プレイヤー *1* が B を選ぶ,
（均衡 3）プレイヤー *1* が確率 p で A を選び，$1-p$ で B を選ぶ

の 3 つである．ここで $p = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である．

問 2 上記の *3* つのナッシュ均衡の中で，進化ゲームの**安定な定常状態**に対応する均衡はどれか？当てはまる均衡の番号（1,2,3）を**すべて** $\boxed{\text{ウ}}$ にマークせよ．ない場合は 0 をマークせよ．

問 3 $x(0) = 0.2$ のとき，進化ゲームの定常状態は，上記の均衡のどれに対応するか？当てはまる均衡の番号（1,2,3）を**すべて** $\boxed{\text{エ}}$ にマークせよ．ない場合は 0 をマークせよ．

.

問題 3 2 つの企業 (企業 1 と企業 2) が同質財を供給し，複占市場で生産量競争をしている．ここで逆需要関数には 2 つの可能性がある．企業 1 と企業 2 の生産量の合計を Q，財の価格を p とすると，好景気のとき逆需要関数は $p = 72 - Q$ で，不景気のとき逆需要関数は p は $p = 36 - Q$ であるとしよう．企業 1 は好景気か不景気かを知っており，前者を好景気タイプ，後者を不景気タイプと呼ぶことにする．企業 1 は自分のタイプが分かっているが，企業 2 は分かっておらず，好景気と不景気をそれぞれ確率 $\frac{3}{4}$ と $\frac{1}{4}$ として推測しているものとする．さらに企業 1 の限界費用は，好景気か不景気かで異なり，好景気のときは 24，不景気のときは 12 であるが，企業 2 の限界費用はどちらの場合も 12 である．

以下の問いに答え，$\boxed{\text{アイ}}$ - $\boxed{\text{キク}}$ に当てはまる数値を答えなさい．

問 1 企業 1 好景気タイプの生産量を x_{1H}，企業 2 の生産量を x_2 とする．企業 1 好景気タイプの最適反応関数（利潤を最大にする生産量）は

$$x_{1H} = -\frac{1}{2}x_2 + \boxed{\text{アイ}}$$

となる．

問 2 ベイズナッシュ均衡における企業 1 好景気タイプの生産量は $\boxed{\text{ウエ}}$，企業 2 の生産量は $\boxed{\text{オカ}}$ である．

問 3 ベイズナッシュ均衡において不景気のときの価格は $\boxed{\text{キク}}$ となる．

問題 4 2人戦略形ゲームにおいて，プレイヤー1にはタイプ A, タイプ B の *2* つのタイプがあるような不完備情報ゲームを考える．図 *3* は，この *2* つのタイプに対応する利得行列である．プレイヤー1は自分のタイプを知っているが，プレイヤー2は相手のタイプが分からず，タイプ A である確率を 3/5, タイプ B である確率を 2/5 で推測している．以下の問いに答えよ．**なお問題では混合戦略は考えず，純粋戦略だけを考える．**

問 1 $x = 10$ のとき，純粋戦略のベイズナッシュ均衡を**すべて**求め，以下の選択肢から選びマークせよ．ここで $((U, D), L)$ は，プレイヤー1のタイプ A が U を，タイプ B が D を，プレイヤー2が L を選んでいる戦略の組を表す．

プレイヤー1がタイプA

1＼2	L	R
U	(4 , 5)	(1,15)
D	(6 , 0)	(0 , 5)

プレイヤー1がタイプB

1＼2	L	R
U	(5 , x)	(8, 0)
D	(1 , 5)	(0 ,20)

図 3: 各タイプに対応する利得行列

⓪ なし ① $((U,U),L)$ ② $((U,U),R)$ ③ $((U,D),L)$ ④ $((U,D),R)$
⑤ $((D,U),L)$ ⑥ $((D,U),R)$ ⑦ $((D,D),L)$ ⑧ $((D,D),R)$

問 2 $((U,U),R)$ がベイズナッシュ均衡となるのは，$x \leq \boxed{\text{アイ}}$ のときである．また $((D,U),L)$ がベイズナッシュ均衡となるのは，$x \geq \dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ のときである．

問題 5 図 *4* は囚人のジレンマとなるようなゲームである．

1＼2	C	D
C	(20 ,20)	(-3,30)
D	(30,-3)	(0 , 0)

図 4: 成分ゲームとなる囚人のジレンマ

この囚人のジレンマゲームを成分ゲームとして繰り返すゲームにおいて，次の *2* つの戦略を考える．

戦略 1 第 *1* 回目は C を出す．*2* 回目以降は，もしそれまでの回で相手がずっと C を出していたならば C を選ぶ．その回までに *1* 度でも相手が D を出していたならば D を選ぶ．いわゆる「トリガー戦略」

戦略 2　どの回も D を出し続ける．いわゆる「常に協力しない」戦略

　このとき，10 回の繰り返しゲームを考察する．割引因子 $R = 0.9$ として，以下の問いに答えなさい．必要であれば

$0.9^9 = 0.39 \quad 0.9^{10} = 0.35, \quad \log_{10} 0.9 = -0.046$

を用いなさい．

1 ＼ 2	戦略1	戦略2
戦略1	(a, a)	(c, b)
戦略2	(b, c)	(d, d)

図 5: 繰り返しゲーム

問 1　上記の戦略 *1* と戦略 *2* のみを戦略であると考えて，この 10 回の繰り返しゲームを戦略形ゲームとした利得行列が図 *5* で与えられている．このとき $a = \boxed{\text{アイウ}}$，$b = \boxed{\text{エオ}}$ となる．$\boxed{\text{アイウ}}$，$\boxed{\text{エオ}}$ に当てはまる数値を答えなさい *(*小数第 *1* 位以下は四捨五入する*)*.

問 2　この 10 回繰り返しゲームでは，戦略 1 の組合せはナッシュ均衡にはならない．それは，相手が戦略 1 を選んでいるときに以下のような戦略 3 を選ぶことが利得を高くするからである．

戦略 3　第 1 回目は C を出す．2 回目以降最後の 1 回前までは，もしそれまでの回で相手がずっと C を出していたならば C を選ぶ．その回までに 1 度でも相手が D を出していたならば D を選ぶ．そして最後の回は必ず $\boxed{\text{カ}}$ を選ぶ．

このとき $\boxed{\text{カ}}$ には C と D のどちらが入るか？C ならば 0 を，D ならば 1 をマークせよ．

問 3　プレイヤー *2* が戦略 1 を選んでいるとき，プレイヤー *1* は戦略 1 から戦略 3 に戦略を変えることで,（全体ゲームの割引された）利得を $\epsilon = \boxed{\text{キク}} \times 10^{-1} = \frac{\boxed{\text{キク}}}{10}$ だけ増加させせることができる．$\boxed{\text{キク}}$ に当てはまる数値を答えよ *(*小数第 *1* 位以下は四捨五入せよ*)*.

問 4　プレイヤーが，戦略 1 から戦略 3 に変えたときの利得の僅かな増加 ϵ は気にせずに，戦略 1 を選択するようなプレイヤーであれば，両プレイヤーは戦略 1 を選び協力が達成される．プレイヤーが気にしない利得が ϵ 小さければ，10 回の繰り返しゲームでは協力が達成されないが，繰り返す回数を多くすれば協力は達成できる．例えば，プレイヤーが 0.1 以下の利得の増加を気にしないのであれば，ゲームを $\boxed{\text{ケコ}}$ 回以上繰り返せば協力が達成できる．

上記 $\boxed{\text{ケコ}}$ に当てはまる数値を答えなさい．