

# ゲーム理論 1 期末試験

July 19, 2016

- 以下の問題に答え、指示に従ってマークを塗りつぶしなさい。
- 解答欄が分数の問題は、必ず約分をして答えよ。また1は $\frac{1}{1}$ 、0は $\frac{0}{1}$ と答えよ。
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に0をマークせよ。例えば  の答えが7のときは、07とし、アに0、イに7をマークせよ。

問題 1  -  には、当てはまる選択肢を、各問いの候補の中から選び、 -  には、当てはまる数値を答えよ。

問 1 一般にゲーム理論は数学者  とモルゲンシュテルンが著した Theory of Games and Economic Behavior という本がその始まりと言われる。また、すべての  $n$  人非協力ゲームにナッシュ均衡が存在することを示した人物は  である。

- ① ボレル      ① ナッシュ      ② ミリグロム  
 ③ ヴィカリー   ④ フォン・ノイマン   ⑤ ジョイマン

問 2 2人のプレイヤーが40万円を分ける最後通牒ゲームを行う。まずプレイヤー1が自分の分け前を  $x$  万円（プレイヤー2の分け前を  $40 - x$  万円）で提案し（提案は1万円単位）、次にプレイヤー2が承諾か拒否を選ぶ。承諾すれば、プレイヤー1は  $x$  万円、プレイヤー2は  $40 - x$  万円を獲得し、拒否すれば何ももらえずゲームは終わる。なおプレイヤー2は承諾と拒否の利得が同じ場合は拒否とする。

このゲームにおいて、プレイヤー2が承諾し交渉が締結したときに限り、ゲームの参加料として、プレイヤー1も2も3万円取られる（プレイヤー2が拒否した時は何も取られない）とするならば、ゲームの解としてプレイヤー1は  $x =$   万円を提案する。

一方、プレイヤー2が承諾しても拒否しても、ゲームの参加料として、プレイヤー1も2も3万円取られるとするならば、ゲームの解として、プレイヤー1は  $x =$   万円を提案する。

問 3 5人のプレイヤーが0から9までの整数を同時に1つ選び、その1,000倍のお金を主催者に支払う。主催者はその合計金額を3倍にして（出した金額に関係なく）、均等に割って5人に返す。各プレイヤーは、返ってきた金額から自分の出した金額を引いたものが利得であるとする。例えばあるプレイヤーが3を選び、自分以外のプレイヤーの選んだ数値の合計が22であるとする。全員の合計金額は25,000円で、それを3倍して5で均等割りすると、各プレイヤーに15,000円が返ってくる。3を選んだプレイヤーは3,000円支払っているの、その利得は12,000円である。

このゲームの支配戦略は  を選ぶことである。

問題 2 図 1において、点の上の番号はその意思決定点でプレイするプレイヤーを表し、点  $v_{ij}$  はプレイヤー  $i$  の  $j$  番目の意思決定点を表す。図では利得は左から順にプレイヤー 1,2,3 を表す。バックワードインダクションを用いてゲームの解を求め次の問いに答え、 -  に A から F までの当てはまる選択枝を答えなさい。(プレイヤーは、プレイヤーの番号順にプレイするわけではないので、誰がどこでプレイするか十分注意せよ。)

問 1 ゲーム 1 において、プレイヤー 1 は  $v_1$  で  を選び、プレイヤー 2 は  $v_{21}$  で  を選ぶ。

問 2 ゲーム 2 において、プレイヤー 2 は  $v_{21}$  で  を選び、プレイヤー 3 は  $v_{31}$  で  を選ぶ。

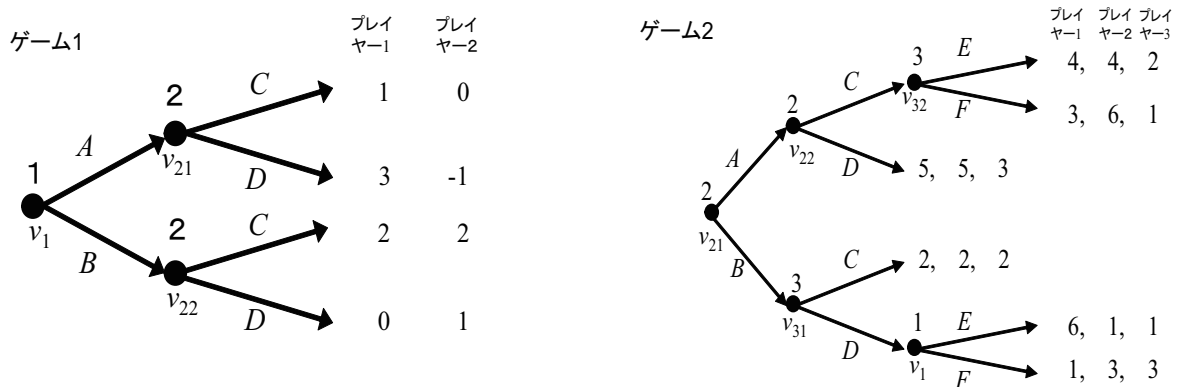


図 1: ゲームの解を求める

問題 3 図 2 のゲームについて、 -  に当てはまる数値を答えよ。

- 図 2 のナッシュ均衡は、混合戦略まで含めると  個ある。
- 図 2 のゲームのナッシュ均衡で、完全に混合戦略だけのナッシュ均衡 (すべてのプレイヤーが純粋戦略を確率 1 で選ぶことはないもの) で、プレイヤー 1 は  $U$  を  で選択し、プレイヤー 2 は  $R$  を  で選択する ( $L$  の確率ではなく  $R$  であることに注意)。

		2	
		L	R
1			
	U	(-1, 3)	(3, 2)
	D	(2, 5)	(1, 8)

図 2: 2人ゲーム

問題 4 2つの企業 (企業 1 と企業 2) が差別化された製品を供給している差別化寡占の問題を考えよう。財の需要関数は、企業  $i$  の価格を  $p_i$ , 需要量を  $q_i$  とすると

$$q_1 = 24 - p_1 + p_2$$

$$q_2 = 18 - p_2 + p_1$$

で与えられるものとする。また企業が財を生産する限界費用は、企業 1 が 12, 企業 2 は 6 であるとする。以下の問いの  -  に当てはまる数値をマークせよ。

問 1 企業 1 と企業 2 が同時に価格  $p_1$  と  $p_2$  を選ぶベルトラン競争を考える。このゲームの解における企業 1 の価格は  で、企業 2 の価格は  である。企業 1 の利潤は  である。

問 2 企業 1 が先手で価格  $p_1$  を選び、それを見て企業 2 が価格  $p_2$  を選ぶ価格競争を考える。このゲームの解における企業 1 の価格は  で、企業 2 の価格は  である。企業 1 の利潤は  である。

問題 5  $A$  と  $B$  という 2 人のプレイヤーが 2 万円を分け合う。ゲームのルールは以下の通りである。

- $A$  と  $B$  は 0 万円, 1 万円, 2 万円, 3 万円のどれかを同時に選ぶ。  $A$  の選ぶ金額を  $x_A$ ,  $B$  の選ぶ金額を  $x_B$  とする。
- $x_A + x_B \leq 2$  であれば、それぞれの選んだ金額をもらう。 ( $A$  の利得は  $x_A$ ,  $B$  の利得は  $x_B$ )
- $x_A + x_B > 2$  であれば 2 人とも何ももらえない。 (利得は 0)

-  に当てはまる番号と数値をマークせよ。

問 1  $A$  に弱支配戦略はあるか。あればその戦略を選び、なければ「なし」を選んで  にマークせよ (注: 支配戦略は弱支配戦略であるとする)。

- ① 0 万円 ② 1 万円 ③ 2 万円 ④ 3 万円 ⑤ なし

問 2 下にある戦略の組のうち、純粋戦略のナッシュ均衡をすべて選び  にマークせよ。また純粋戦略の「支配されないナッシュ均衡」をすべて  にマークせよ。ここで  $(x_A, x_B)$  は、 $A$  が  $x_A$  万円を選び、 $B$  が  $x_B$  万円を選ぶことを意味している。複数ある時は複数マークし、ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ。混合戦略は考えない。(すべての戦略の組が列挙されているわけではない。)

-  の選択肢

- ① なし ② (0, 0) ③ (0, 1) ④ (0, 3) ⑤ (1, 1)  
⑥ (1, 2) ⑦ (2, 0) ⑧ (2, 1) ⑨ (3, 2) ⑩ (3, 3)

問 3 このゲームの純粋戦略のナッシュ均衡は  個ある。このゲームの支配されないナッシュ均衡は  個ある。(10 個以上ある場合は 9 をマークせよ。)

**問題 6** 奇数の人数のプレイヤーが同時に  $A$  か  $B$  かを選び、選んだ人の数が少ないものを選んだプレイヤーが勝つゲームを考える（少数決とか、マイノリティーゲームと呼ばれる）。以下の異なるルールと人数のゲームについて、金額を利得と考えて、問いに答えなさい。

**問 1：ゲーム 1** 3人のゲームを考える。3人のうち2人が同じものを選んだとき、1人だけ異なるものを選んだプレイヤーは、他の2人から1万円ずつもらえる（1人だけ異なるものを選んだプレイヤーは利得は2、2人で同じものを選んだプレイヤーの利得はそれぞれ-1）。ただし3人が同じものを選んだときは、誰も何ももらえない（利得は0）。このゲームの純粋戦略のナッシュ均衡は  個ある（ない場合は0個と答えよ）。また全員が  $A$  を   で選ぶ混合戦略の組はナッシュ均衡である。

**問 2：ゲーム 2** 3人のゲームを考える。2人が  $A$  を選び1人だけ  $B$  を選んだとき、 $B$  を選んだプレイヤーは他の2人から1万円ずつもらえる（ $B$  を選んだプレイヤーは利得は2、 $A$  を選んだプレイヤーの利得は-1）。2人が  $B$  を選び、1人だけ  $A$  を選ぶと  $A$  を選んだプレイヤーは他の2人から2万円ずつもらえる（ $A$  を選んだプレイヤーは利得は4、 $B$  を選んだプレイヤーの利得は-2）。ただし3人が同じものを選んだときは、誰も何ももらえない（利得は0）。このゲームの純粋戦略のナッシュ均衡は  個ある（ない場合は0個と答えよ）。また、全員が  $A$  を   で選ぶ混合戦略の組はナッシュ均衡である。

**問 3：ゲーム 3** 7人のゲームを考える。 $A$  と  $B$  のうち選んだ人数が多いものを選んだプレイヤーが負けて1万円を支払い、人数が少ないものを選んだプレイヤーは勝ちで、負けたプレイヤーが支払った金額の総額を均等に分ける（千円未満の端数は切り捨てて主催者がもらう）。例えば、 $A$  を5人が選び、 $B$  を2人を選んだとすると、 $A$  を選んだプレイヤーは1万円を払い（利得-1）、 $B$  を選んだプレイヤーは3.5万円をもらう。（利得3.5）。このゲームの純粋戦略のナッシュ均衡は  個ある（ない場合は00個と答えよ）。