ゲーム理論 2 期末試験 解答

Jan 30, 2018

- 以下の問題に答え，指示に従ってマークを塗りつぶしなさい．
- 解答欄が分数の問題は，必ず約分をして答えよ．また 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ．
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に 0 をマークせよ．例えば $\boxed{\text{アイ}}$ の答えが 7 のときは，07 とし，アに 0，イに 7 をマークせよ．

問題 1 図 *1* の 2 つの展開形ゲームについて，部分ゲーム完全均衡を求めよ．答は表 *1* において，各プレイヤーが情報集合で選択する行動を記入しなさい．ここで情報集合 H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表しており，利得は左がプレイヤー 1，右がプレイヤー 2 を表している．もし部分ゲーム完全均衡が 2 つ以上ある場合は，どちらを答えても良い．

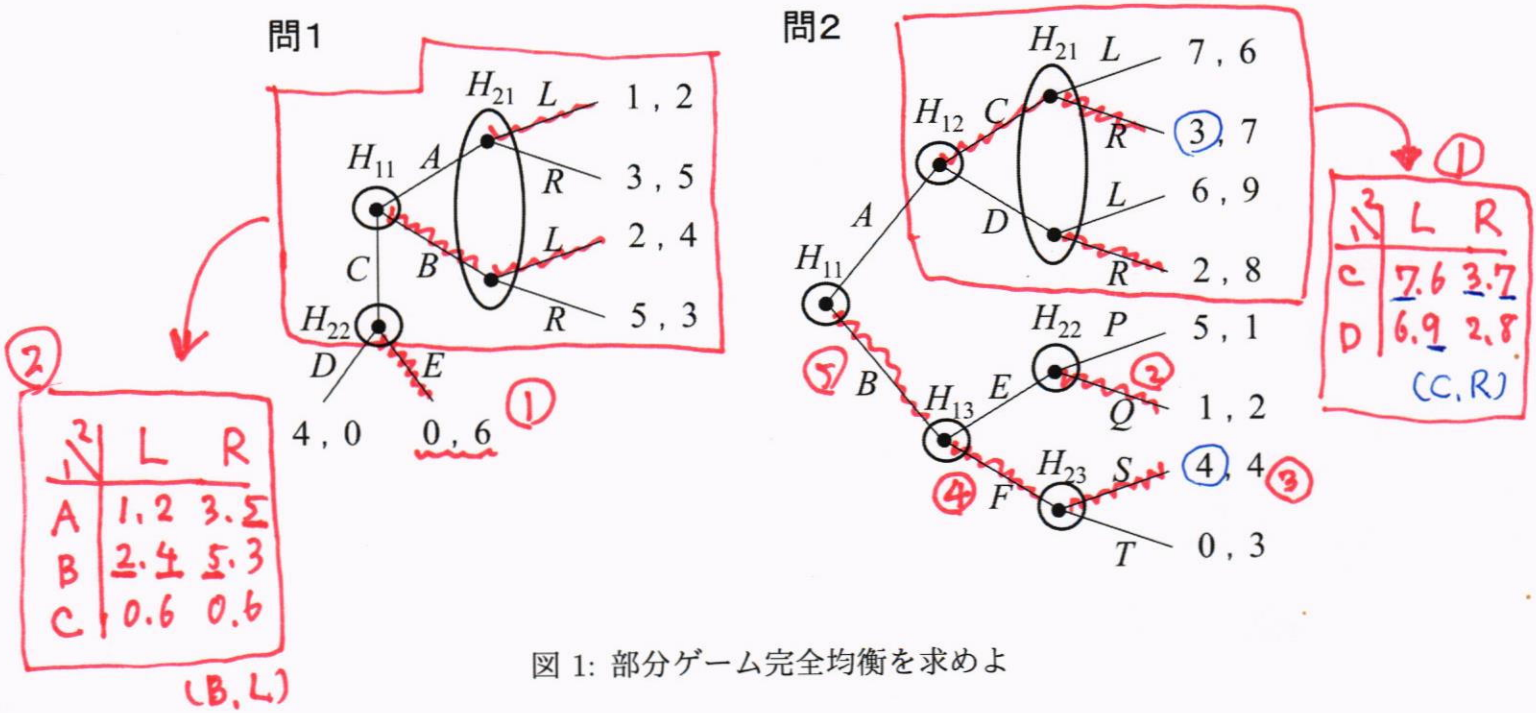

図 1: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

問 1

プレイヤー 1	H_{11}		ア
プレイヤー 2	H_{21}		イ
	H_{22}		ウ

問 2

プレイヤー 1	H_{11}		エ
	H_{12}		オ
	H_{13}		カ
プレイヤー 2	H_{21}		キ
	H_{22}		ク
	H_{23}		ケ

表 1: 図 1 のゲームの解

問題 2 多数のプレイヤーがいて，毎期ランダムに出会い，2 人でゲームをする．図 *2* に示した利得表は，このゲームのプレイヤー 1 の利得を表している．プレイヤー 1 と 2 の利得は対称的である．プレイヤーは，ゲームの戦略 A と戦略 B のどちらかを選ぶことになっており，期間中変えることはない．各期の最初に，僅かな比率のプレイヤーだけが前の期から戦略を変える機会があり，それ以外の（ほとんどの）プレイヤーは前の期と同じ戦略をとる．

ここで各期の最初に戦略を変えるプレイヤーは，前の期において，それぞれの戦略を選んだプレイヤーの利得の平均が高い戦略に変更するとする．次の問いに答えなさい．

プレイヤー1 ＼ プレイヤー2	A	B
A	4	0
B	1	6

図 2: 各タイプに対応する利得行列

		p	1−p
	1\2	A	B
p	A	(4,4)	(0,1)
1−p	B	(1,0)	(6,6)

$4p + 0(1-p)$　$p + 6(1-p)$

$4p = p + 6(1-p)$

$4p = p + 6 - 6p$

$4p = -5p + 6$

$9p = 6$

$p = \frac{2}{3}$

問 1 このゲームのナッシュ均衡は

（均衡 1）すべてのプレイヤーが A を選ぶ，

（均衡 2）すべてのプレイヤーが B を選ぶ，

（均衡 3）すべてのプレイヤーが確率 p で A を選び，$1-p$ で B を選ぶ

の 3 つである．ここで $p = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である．

2
3

問 2 上記の *3* つのナッシュ均衡の中で，進化ゲームの**安定な定常状態**に対応する均衡はどれか？当てはまる均衡の番号（1,2,3）をすべて $\boxed{ウ}$ にマークせよ．ない場合は 0 をマークせよ．

~~(1,3)~~ (1,2)

問 3 $x(0) = 0.2$ のとき，進化ゲームの定常状態は，上記の均衡のどれに対応するか？当てはまる均衡の番号（1,2,3）をすべて $\boxed{エ}$ にマークせよ．ない場合は 0 をマークせよ．

2

$p > \frac{2}{3} \to A$　$p < \frac{2}{3} \to B$

.

問題 3 2 つの企業 *(*企業 1 と企業 2*)* が同質財を供給し，複占市場でクールノー競争をしているものとする．企業 1 と企業 2 の生産量の合計を x としたとき，財の価格 p は $p = 120 - x$ で与えられるとしよう．企業 1 は，限界費用が 48 と高い場合と，24 の低い場合があるとする．前者を高費用タイプ，後者を低費用タイプと呼ぶことにする．企業 2 の限界費用は 24 とする．企業 1 は自分の費用が分かっているが，企業 2 は企業 1 の費用は分からず，高費用タイプと低費用タイプをそれぞれ確率 $\frac{1}{4}$ と $\frac{3}{4}$ として推測しているものとする（企業 2 の費用が 24 であることはどちらもよく知っている）．以下の問いに答え，$\boxed{アイ}$–$\boxed{キク}$ に当てはまる数値を答えなさい．

問 1 企業 1 高費用タイプの生産量を x_{1H}，企業 2 の生産量を x_2 とする．企業 1 高費用タイプの最適反応関数（利潤を最大にする生産量）は

$$x_{1H} = -\frac{1}{2}x_2 + \boxed{アイ}$$

36

となる．

問 2 ベイズナッシュ均衡における企業１低費用タイプの生産量は $\boxed{\text{ウエ}}$ 31，企業２の生産量は $\boxed{\text{オカ}}$ 34 である．

問 3 ベイズナッシュ均衡において，企業１が高費用タイプの場合，財の価格は $\boxed{\text{キク}}$ 67 となる．

問題 4 真帆と源は恋人どうし．しかし，今日の夕方は別々に行動する．２人は買い物に行くか（以下，買い物），バスケットボールの試合を見に行くか（以下，試合）を，それぞれ別々に選ぶ．

- 真帆は，買い物が好きな子（タイプ A）か，バスケットが好きな子（タイプ B）の２つの可能性があり，源は真帆がどちらのタイプか知らず，タイプ A である確率を p，タイプ B である確率を $1-p$ と考えている．真帆自身は，当然それを知っている．
- 源は真帆と同じところに行きたい．できれば買い物が良い．真帆と買い物に行ければ利得は３，真帆と試合に行ければ利得は２，真帆と会えず買い物だと利得は１で，真帆と会えずに試合だと利得は０であるとする．真帆のタイプに源の利得は左右されない．
- 真帆は自分の好きな場所に行きたい，できれば源と一緒の方が良い．自分の好きな方に源と行ければ利得は３，源と会えなくても好きな方に行ければ利得は２，好きではない方に源と行ければ利得は１，源と会えず好きではない方に行くと利得は０である．

このゲームを不完備情報の戦略形ゲームで分析したい．次の問いに答えよ．**混合戦略は考えない．** 問 *1* の $\boxed{\text{ア}}$-$\boxed{\text{ウ}}$，問 *3*，問 *4* の $\boxed{\text{キ}}$-$\boxed{\text{コ}}$ については数値を答えなさい．ただし分数は必ず約分をし，１は $\frac{1}{1}$，０は $\frac{0}{1}$ とせよ．

問 1 $p = 1/3$ のときに，タイプ A の真帆が試合に行き，タイプ B の真帆が買い物に行き，源は試合に行くとすると，タイプ A の真帆の利得は $\boxed{\text{ア}}$ 1，源の期待利得は $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ 2/3 である．

問 2 $p = 1/3$ のとき，ベイズナッシュ均衡では，タイプ A の真帆は $\boxed{\text{エ}}$ 0 に，タイプ B の真帆は $\boxed{\text{オ}}$ 1 に，源は $\boxed{\text{カ}}$ 0 に行く．

$\boxed{\text{エ}}$-$\boxed{\text{カ}}$ について，買い物ならば０，試合ならば１，両方の可能性があるときは２，どちらでもないならば３をマークしなさい．

問 3 $p = 1/3$ のとき，ベイズナッシュ均衡における源の期待利得は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ 5/3 となる．(複数ある場合はどちらを答えても良い．)

2P+1 ≧ −2P+2　4P ≧ 1　P ≧ 1/4

問 4 ベイズナッシュ均衡において，源が買い物に行くのは $p \geq \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ 1/4 のときである

まほ＼げん	S			M		
SS	3	1	3	2	0	0
SM	3	2	2P+1	2	3	−2P+2
MS	0	1	2P+3	1	0	2P
MM	0	2	1	1	3	2

・買い物をS (Shopping)
・試合をM (Match)
とする

← 利得は左から
タイプAまは
タイプBまは
げん.

→ P=1/3

まほ＼げん	S			M		
SS	3	1	3	2	0	0
SM	3	2	5/3	2	3	4/3
MS	0	1	7/3	1	0	3/3
MM	0	2	1	1	3	2

ベイズナッシュ

問1

問題 5 女 1, 2, 3 と男 A, B, C の 3 人ずつのペアに対して，異性に対する好みが以下で与えられている．

女	男
女 1 : $A \succ C \succ B$	男 A : $2 \succ 3 \succ 1$
女 2 : $B \succ A \succ C$	男 B : $1 \succ 3 \succ 2$
女 3 : $B \succ C \succ A$	男 C : $2 \succ 3 \succ 1$

このとき以下のマッチング 1, 2, 3, 4 の中から各問題~~に~~の条件に当てはまるマッチングをすべて選びなさい (複数ある時はすべてマークせよ).

マッチング 1　$1-A, 2-B, 3-C$
マッチング 2　$1-B, 2-A, 3-C$
マッチング 3　$1-B, 2-C, 3-A$
マッチング 4　$1-C, 2-A, 3-B$

問　**1** 男側パレート最適なマッチング　2, 3

問　**2** 全体パレート最適なマッチング　1, 2, 3, 4

問　**3** 女側受入保留方式（*Gale-Shapley* アルゴリズム，女側が志望順位を提出してプロポースし，それに基いて男子側が決定・却下を繰り返していく）により得られるマッチング　4

問　**4**　安定マッチング　2, 4

	マッチング1	マッチング2	マッチング3	マッチング4
	1 — A 2 — B 3 — C ACB　231 BAC　132 BCA　231	1 × A 2 × B 3 — C ACB　231 BAC　132 BCA　231	1 × A 2 × B 3 × C ACB　231 BAC　132 BCA　231	1 × A 2 × B 3 × C ACB　231 BAC　132 BCA　231
男側パレート	× マッチング2が男パレート優位	○ どんなマッチングもAかBを悪くする.	○ どんなマッチングもBかCを悪くする	× 2−A, 1−B, 3−Cが男側パレート優位
全体パレート	○ どんなマッチングも1か2を悪くする	○ 男側パレートは全体パレート	○ 男側パレートは全体パレート	○ どんなマッチングもAか3を悪くする.
女側受入保留方式	STEP1 1 → A 2 → B 3 → C ⇒	STEP2 1 — A 2 / B 3 / C 仮決定. ⇒	STEP3 1 — A 2 / B 3 / C ⇒	STEP4 1 / A 2 / B 3 / C 仮決定 ⇒
安定性	× 3とBが不倫	○ 実は男側DAによって得られる	× 2とAが不倫.	○ 女側DA.

STEP5
1 × A
2 × B
3 × C
終了

マッチング4が選ばれる