ゲーム理論 2 期末試験

Jan 30, 2018

- 以下の問題に答え，指示に従ってマークを塗りつぶしなさい．
- 解答欄が分数の問題は，必ず約分をして答えよ．また 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ．
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に 0 をマークせよ．例えば $\boxed{\text{アイ}}$ の答えが 7 のときは，07 とし，アに 0，イに 7 をマークせよ．

問題 1 図 *1* の 2 つの展開形ゲームについて，部分ゲーム完全均衡を求めよ．答は表 *1* において，各プレイヤーが情報集合で選択する行動を記入しなさい．ここで情報集合 H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表しており，利得は左がプレイヤー 1，右がプレイヤー 2 を表している．もし部分ゲーム完全均衡が 2 つ以上ある場合は，どちらを答えても良い．

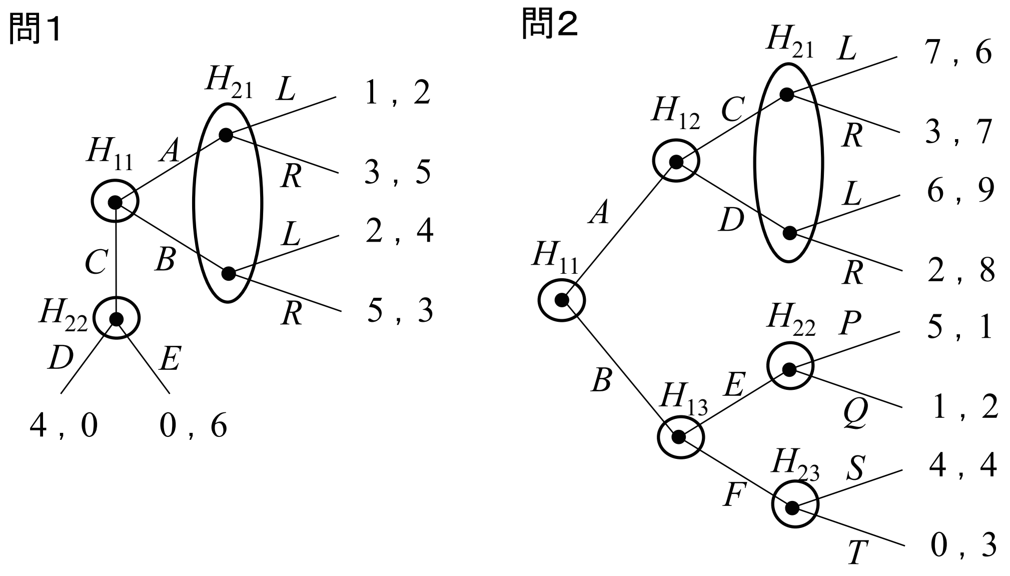

図 1: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

問 1

プレイヤー 1	H_{11}		ア	
プレイヤー 2	H_{21}		イ	
	H_{22}		ウ	

問 2

プレイヤー 1	H_{11}		エ	
	H_{12}		オ	
	H_{13}		カ	
プレイヤー 2	H_{21}		キ	
	H_{22}		ク	
	H_{23}		ケ	

表 1: 図 1 のゲームの解

問題 2 多数のプレイヤーがいて，毎期ランダムに出会い，2 人でゲームをする．図 2 に示した利得表は，このゲームのプレイヤー 1 の利得を表している．プレイヤー 1 と 2 の利得は対称的である．プレイヤーは，ゲームの戦略 A と戦略 B のどちらかを選ぶことになっており，期間中変えることはない．各期の最初に，僅かな比率のプレイヤーだけが前の期から戦略を変える機会があり，それ以外の（ほとんどの）プレイヤーは前の期と同じ戦略をとる．

ここで各期の最初に戦略を変えるプレイヤーは，前の期において，それぞれの戦略を選んだプレイヤーの利得の平均が高い戦略に変更するとする．次の問いに答えなさい．

プレイヤー1 \ プレイヤー2	A	B
A	4	0
B	1	6

図 2: 各タイプに対応する利得行列

問 1 このゲームのナッシュ均衡は

（均衡 1）すべてのプレイヤーが A を選ぶ，
（均衡 2）すべてのプレイヤーが B を選ぶ，
（均衡 3）すべてのプレイヤーが確率 p で A を選び，$1-p$ で B を選ぶ

の 3 つである．ここで $p = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である．

問 2 上記の 3 つのナッシュ均衡の中で，進化ゲームの**安定な定常状態**に対応する均衡はどれか？当てはまる均衡の番号（1,2,3）を**すべて** $\boxed{ウ}$ にマークせよ．ない場合は 0 をマークせよ．

問 3 $x(0) = 0.2$ のとき，進化ゲームの定常状態は，上記の均衡のどれに対応するか？当てはまる均衡の番号（1,2,3）を**すべて** $\boxed{エ}$ にマークせよ．ない場合は 0 をマークせよ．

.

問題 3 2 つの企業 (企業 1 と企業 2) が同質財を供給し，複占市場でクールノー競争をしているものとする．企業 1 と企業 2 の生産量の合計を x としたとき，財の価格 p は $p = 120 - x$ で与えられるとしよう．企業 1 は，限界費用が 48 と高い場合と，24 の低い場合があるとする．前者を高費用タイプ，後者を低費用タイプと呼ぶことにする．企業 2 の限界費用は 24 とする．企業 1 は自分の費用が分かっているが，企業 2 は企業 1 の費用は分からず，高費用タイプと低費用タイプをそれぞれ確率 $\frac{1}{4}$ と $\frac{3}{4}$ として推測しているものとする（企業 2 の費用が 24 であることはどちらもよく知っている）．以下の問いに答え，$\boxed{アイ}$ – $\boxed{キク}$ に当てはまる数値を答えなさい．

問 1 企業 1 高費用タイプの生産量を x_{1H}，企業 2 の生産量を x_2 とする．企業 1 高費用タイプの最適反応関数（利潤を最大にする生産量）は

$$x_{1H} = -\frac{1}{2}x_2 + \boxed{アイ}$$

となる．

問2 ベイズナッシュ均衡における企業1低費用タイプの生産量は $\boxed{\text{ウエ}}$，企業2の生産量は $\boxed{\text{オカ}}$ である．

問3 ベイズナッシュ均衡において，企業1が高費用タイプの場合，財の価格は $\boxed{\text{キク}}$ となる．

問題4 真帆と源は恋人どうし．しかし，今日の夕方は別々に行動する．2人は買い物に行くか（以下，買い物），バスケットボールの試合を見に行くか（以下，試合）を，それぞれ別々に選ぶ．

- 真帆は，買い物が好きな子（タイプ A)か，バスケットが好きな子（タイプ B)の2つの可能性があり，源は真帆がどちらのタイプか知らず，タイプ A である確率を p，タイプ B である確率を $1-p$ と考えている．真帆自身は，当然それを知っている．
- 源は真帆と同じところに行きたい．できれば買い物が良い．真帆と買い物に行ければ利得は3，真帆と試合に行ければ利得は2，真帆と会えず買い物だと利得は1で，真帆と会えずに試合だと利得は0であるとする．真帆のタイプに源の利得は左右されない．
- 真帆は自分の好きな場所に行きたい，できれば源と一緒の方が良い．自分の好きな方に源と行ければ利得は3，源と会えなくても好きな方に行ければ利得は2，好きではない方に源と行ければ利得は1，源と会えず好きではない方に行くと利得は0である．

このゲームを不完備情報の戦略形ゲームで分析したい．次の問いに答えよ．**混合戦略は考えない．**問 *1* の $\boxed{\text{ア}}$ – $\boxed{\text{ウ}}$，問 *3*，問 *4* の $\boxed{\text{キ}}$ – $\boxed{\text{コ}}$ については数値を答えなさい．ただし分数は必ず約分をし，1は $\frac{1}{1}$，0は $\frac{0}{1}$ とせよ．

問1 $p=1/3$ のときに，タイプ A の真帆が試合に行き，タイプ B の真帆が買い物に行き，源は試合に行くとすると，タイプ A の真帆の利得は $\boxed{\text{ア}}$，源の期待利得は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である．

問2 $p=1/3$ のとき，ベイズナッシュ均衡では，タイプ A の真帆は $\boxed{\text{エ}}$ に，タイプ B の真帆は $\boxed{\text{オ}}$ に，源は $\boxed{\text{カ}}$ に行く．

$\boxed{\text{エ}}$ – $\boxed{\text{カ}}$ について，買い物ならば0，試合ならば1，両方の可能性があるときは2，どちらでもないならば3をマークしなさい．

問3 $p=1/3$ のとき，ベイズナッシュ均衡における源の期待利得は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ となる．*(*複数ある場合はどちらを答えても良い．*)*

問4 ベイズナッシュ均衡において，源が買い物に行くのは $p \geq \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ のときである

問題 5 女 $1, 2, 3$ と男 A, B, C の 3 人ずつのペアに対して，異性に対する好み が以下で与えられている．

女	男
女 $1 : A \succ C \succ B$	男 $A : 2 \succ 3 \succ 1$
女 $2 : B \succ A \succ C$	男 $B : 1 \succ 3 \succ 2$
女 $3 : B \succ C \succ A$	男 $C : 2 \succ 3 \succ 1$

このとき以下のマッチング $1, 2, 3, 4$ の中から各問いの条件に当てはまるマッチングをすべて選びなさい *(*複数ある時はすべてマークせよ*)*.

マッチング 1	$1 - A, 2 - B, 3 - C$
マッチング 2	$1 - B, 2 - A, 3 - C$
マッチング 3	$1 - B, 2 - C, 3 - A$
マッチング 4	$1 - C, 2 - A, 3 - B$

問 1 男側パレート最適なマッチング

問 2 全体パレート最適なマッチング

問 3 女側受入保留方式（*Gale-Shapley* アルゴリズム，女側が志望順位を提出してプロポースし，それに基いて男子側が決定・却下を繰り返していく）により得られるマッチング

問 4 安定マッチング