ゲーム理論 1　期末試験

August 01, 2017

- 以下の問題に答え，指示に従ってマークを塗りつぶしなさい．
- 解答欄が分数の問題は，必ず約分をして答えよ．また 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ．
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に 0 をマークせよ．例えば $\boxed{\text{アイ}}$ の答えが 7 のときは，07 とし，アに 0，イに 7 をマークせよ．

問題 1 $\boxed{\text{ア}}$–$\boxed{\text{イ}}$ には，当てはまる選択肢を、各問いの候補の中から選び，$\boxed{\text{ウエ}}$–$\boxed{\text{クケ}}$ には，当てはまる数値を答えよ．

問 1 一般にゲーム理論は数学者 $\boxed{\text{ア}}$ とモルゲンシュテルンが著した Theory of Games and Economic Behavior という本がその始まりと言われる．また，すべての n 人非協力ゲームにナッシュ均衡が存在することを示した人物は $\boxed{\text{イ}}$ である．

⓪ ボレル　① ナッシュ　② ミリグロム
③ ヴィカリー　④ フォン・ノイマン　⑤ ジョイマン

問 2 2 人のプレイヤーが 40 万円を分ける以下の 2 段階交渉ゲームを行う．第 1 段階では，プレイヤー 1 が自分の取り分を x 万円で提案し（提案は 1 **万円単位**），次にプレイヤー 2 が承諾か拒否を選ぶ．承諾すれば，プレイヤー 1 は x 万円，プレイヤー 2 は $40 - x$ 万円を獲得する．拒否すれば，ゲームは第 2 段階に移る．

しかし決着が遅延したことから 10 万円が失われて，第 2 段階では 30 万円を分けるゲームとなるものとする．第 2 段階では，今度はプレイヤー 2 が自分の取り分を y 万円（プレイヤー 1 の分け前を $30 - y$ 万円）で提案し，プレイヤー 1 が承諾か拒否を選ぶ．承諾すれば，プレイヤー 2 は y 万円，プレイヤー 1 は $30 - y$ 万円を獲得する．ここでプレイヤー 1 が拒否すると，すべてのゲームは終了し，両プレイヤーは何ももらえない．なお両プレイヤーは**承諾と拒否の利得が同じ場合は拒否する**とする．

金額を利得と考え，バックワードインダクションでこのゲームを解くと，第 1 段階ではプレイヤー 1 は $x = \boxed{\text{ウエ}}$ 万円を提案し，もし第 2 段階に入ればプレイヤー 2 は $y = \boxed{\text{オカ}}$ 万円を提案する．交渉は第 $\boxed{\text{キ}}$ 段階で決着し，プレイヤー 2 は $\boxed{\text{クケ}}$ 万円を得る．

問題 2 図 *1* において，点の上の番号はその意思決定点でプレイするプレイヤーを表し，点 v_{ij} はプレイヤー i の j 番目の意思決定点を表す．図では利得は左から順にプレイヤー 1,2,3 を表す．バックワードインダクションを用いてゲームの解を求め次の問いに答え，$\boxed{\text{ア}}$ – $\boxed{\text{エ}}$ に A から F までの当てはまる選択肢を答えなさい．*(*プレイヤーは，プレイヤーの番号順にプレイするわけではないので，誰がどこでプレイするか十分注意せよ．*)*

問 1 ゲーム 1 において，プレイヤー 1 は v_1 で $\boxed{\text{ア}}$ を選び，プレイヤー 2 は v_{21} で $\boxed{\text{イ}}$ を選ぶ．

問 2 ゲーム 2 において，プレイヤー 1 は v_1 で $\boxed{\text{ウ}}$ を選び，プレイヤー 3 は v_{31} で $\boxed{\text{エ}}$ を選ぶ．

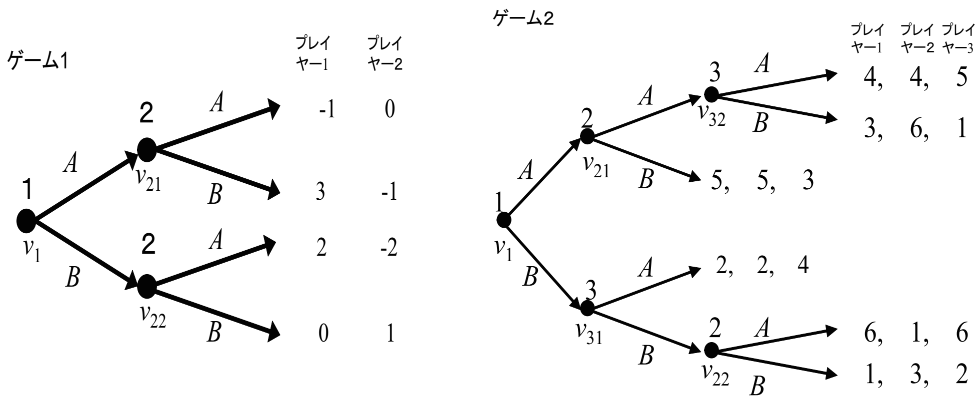

図 1: ゲームの解を求める

問題 3 図 *2* は 2 人対称ゲームにおける，プレイヤー 1 の利得を表している．この対称ゲームについて，$\boxed{\text{ア}}$ – $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数値を答えよ．

- 図 2 のナッシュ均衡は，混合戦略まで含めると $\boxed{\text{ア}}$ 個ある．
- 図 2 のゲームのナッシュ均衡で，完全に混合戦略だけのナッシュ均衡 (すべてのプレイヤーが純粋戦略を確率 1 で選ぶことはないもの）で，プレイヤー 1 は A を $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ で選択し，プレイヤー 2 は B を $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ で選択する (A の確率ではなく B であることに注意）.

プレイヤー2 / プレイヤー1	A	B
A	3	2
B	6	0

図 2: 2 人ゲーム

問題 4 市場全体の財の生産量を x, 財の価格を p とすると逆需要関数が

$$p = 42 - x$$

で与えられるときに，独占市場と，同一財を供給する 2 企業の複占市場との 2 つの市場を分析したい．以下の問いの $\boxed{\text{アイ}}$ – $\boxed{\text{サシ}}$ に当てはまる数値をマークせよ．

問 1 ある企業が独占的に財を生産し販売するとする．限界費用が 6 のとき，この企業の利潤を最大にする生産量は $\boxed{\text{アイ}}$ で，企業の利潤は $\boxed{\text{ウエオ}}$ である．

問 2 企業 1 と企業 2 からなる複占市場を考え，各企業は同一財を生産し，両企業の生産量の合計が x であるとする．企業が財を生産する限界費用は，企業 1 が 6，企業 2 は 9 であるとする．両企業が同時に生産量を選ぶクールノー競争における均衡では，企業 1 の生産量は $\boxed{\text{カキ}}$，企業 2 の利潤は $\boxed{\text{クケコ}}$，財の価格は $\boxed{\text{サシ}}$ である．

問題 5 ある財がオークションで売られており，A と B の 2 人が参加している．A の評価額は 2 万円，B の評価額は 3 万円である．ここでオークションはセカンドプライスオークションである．すなわち，

- A と B は 1 万円，2 万円，3 万円，4 万円のどれかを同時に選び，高い金額を入札した方が財を落札し，相手の入札額の金額を支払う．
- 同じ金額を入札した時は確率 1/2 で落札し，相手の入札額（＝自分の入札額）を支払う．

利得は，落札した場合は評価額から支払額を引いた値となり，落札できなかった場合は 0 となる．$\boxed{\text{ア}}$ – $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる番号と数値をマークせよ．

問 1 A に弱支配戦略はあるか．あればその戦略を選び，なければ「なし」を選んで $\boxed{\text{ア}}$ にマークせよ（注：支配戦略は弱支配戦略であるとする）．

⓪ なし ① 1 万円 ② 2 万円 ③ 3 万円 ④ 4 万円

問 2 下にある戦略の組のうち，純粋戦略のナッシュ均衡をすべて選び $\boxed{\text{イ}}$ にマークせよ．また純粋戦略の「支配されないナッシュ均衡」をすべて $\boxed{\text{ウ}}$ にマークせよ．ここで (x_A, x_B) は，A が x_A 万円，B が x_B 万円を入札することを意味している．複数ある時は複数マークし，該当するものがない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない．（すべての戦略の組が列挙されているわけではない．）

$\boxed{\text{イ}}$ - $\boxed{\text{ウ}}$ の選択肢

⓪ なし ① $(1, 1)$ ② $(1, 2)$ ③ $(1, 4)$ ④ $(2, 2)$
⑤ $(2, 3)$ ⑥ $(3, 1)$ ⑦ $(3, 3)$ ⑧ $(4, 3)$ ⑨ $(4, 4)$

問 3 ゲームの解は，B が財を落札し，$\boxed{\text{エ}}$ 万円を支払う．

問題 6 プレイヤー1と2が，A,B,C のどれかの戦略を選ぶ．2人が同じ A，B,C を選んだとき，2人はそれぞれ利得 a,b,1 を得る．2人が異なる戦略を選べば，2人とも利得は0になるとする．ここで $a>0$,$b>0$ とする．以下の $\boxed{\text{ア}}$–$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまる数値を答えなさい．ただし答は約分して求め，1は $\frac{1}{1}$，0は $\frac{0}{1}$ と答えよ．

問1 このゲームの純粋戦略（確率を用いない戦略）のナッシュ均衡は $\boxed{\text{ア}}$ 個ある．

問2 $a=b=1$ とする．このとき，A,B,C のすべての戦略を正の確率で選ぶような混合戦略のナッシュ均衡を計算すると，プレイヤー1が A を選ぶ確率は $\frac{1}{\boxed{\text{イ}}}$ である．

問3 $a=2$，$b=3$ とする．このとき A を確率0で選び，B と C を正の確率で選ぶ混合戦略のナッシュ均衡が存在する．このナッシュ均衡において，プレイヤー1が B を選ぶ確率は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$，$C$ を選ぶ確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である．

問4 $a=2$，$b=3$ とする．このとき A,B,C のすべての戦略を正の確率で選ぶような混合戦略のナッシュ均衡を考えると，プレイヤー1が B を選ぶ確率は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$，$C$ を選ぶ確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である．