ゲーム理論 2 期末試験

Jan 29, 2019

注意事項

- 解答用紙の学修番号を正確にマークせよ．
- 解答は [　] 内の番号に対応するマークシートの番号のマーク欄に該当する数字・記号をマークせよ．
- 解答が数値の場合は，マーク欄は数値（0 から 9 まで）か，マイナス – の符号のどれかをマークせよ．数値が負の場合のみ，符号のマイナスをつけよ．数値が正か 0 の場合は，符号はつけない．マークシートの + は，指示がない限りは使わない．
- 分数の問題は，必ず約分せよ．また 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ．負の分数のときは，マイナスの符号は分子につけよ．
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に 0 をマークせよ．例えば $\boxed{\textbf{[1][2][3]}}$ の答えが 7 のときは，007 とし，[1] と [2] に 0，[3] に 7 をマークせよ．

問題 1 図 *1* は囚人のジレンマゲームである．このゲームの繰り返しゲームを考える．割引因子を D とする．以下の問いに答え，$\boxed{[1]}$ – $\boxed{[6]}$ に当てはまる数値または符号をマークしなさい．

問 1 $D = 2/3$ とする．このゲームを 2 回繰り返すとき，部分ゲーム完全均衡でプレイヤー 1 が得る利得（割引利得和）は $\frac{\boxed{[1]}}{\boxed{[2]}}$ である．

問 2 $D = 0.9$ とする．このゲームを無限回繰り返すとき，両プレイヤーがトリガー戦略を選ぶとプレイヤー 1 が得る利得（割引利得和）は $\boxed{[3][4]}$ である．

問 3 このゲームを無限回繰り返すとき，両プレイヤーがトリガー戦略を選ぶことがナッシュ均衡になるのは，$D \geq \frac{\boxed{[5]}}{\boxed{[6]}}$ のときである．

1 \ 2	C	D
C	(4, 4)	(-1, 5)
D	(5,-1)	(1, 1)

図 1: 繰り返しゲームの成分ゲーム（囚人のジレンマ）

問題 2 図 *2* の 2 つの展開形ゲームについて，次の問いに答えよ．ここで情報集合 H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表しており，利得は左がプレイヤー 1，右がプレイヤー 2 を表している．選択肢では，プレイヤーが選ぶ行動を，プレイヤー順にカンマで区切って並べ，各プレイヤーでは情報集合の番号順に並べている．

例えばゲーム 1 の選択肢の場合，(A, CE) はプレイヤー 1 が A を選び，プレイヤー 2 が H_{21} で C を H_{22} で E を選ぶことを表している．

問 1 ゲーム 1 のナッシュ均衡を選択肢からすべて選び， *[7]* にマークせよ．

問 2 ゲーム 1 の部分ゲーム完全均衡を選択肢からすべて選び， *[8]* にマークせよ．

問 3 ゲーム 2 のナッシュ均衡を選択肢からすべて選び， *[9]* にマークせよ．

問 4 ゲーム 2 の部分ゲーム完全均衡を選択肢からすべて選び， *[10]* にマークせよ．

ゲーム 2 では選択肢以外にもナッシュ均衡や部分ゲーム完全均衡が存在する可能性があるが，選択肢の中だけで考えよ．選択肢にナッシュ均衡や部分ゲーム完全均衡がない場合は –(マイナス) をマークせよ．

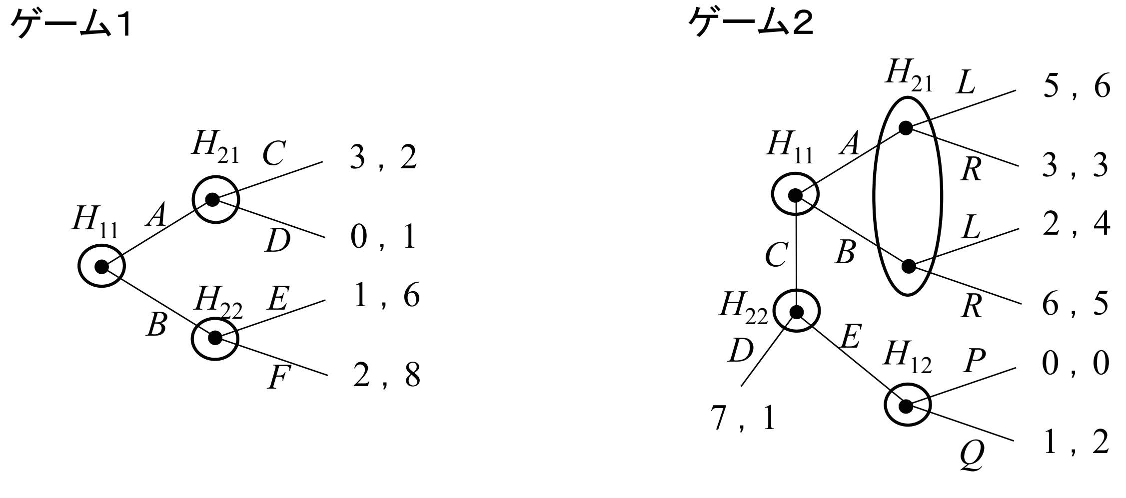

図 2: ナッシュ均衡と部分ゲーム完全均衡を求めよ

問 1，問 2 の選択肢（ゲーム 1 ）

① (A, CE) ② (A, CF) ③ (A, DE) ④ (A, DF)
⑤ (B, CE) ⑥ (B, CF) ⑦ (B, DE) ⑧ (B, DF)

問 3，問 4 の選択肢（ゲーム 2 ）

① (AP, LD) ② (AP, LE) ③ (AQ, LD) ④ (AQ, LE) ⑤ (BQ, RD)
⑥ (BQ, RE) ⑦ (CP, LD) ⑧ (CP, LE) ⑨ (CQ, RD) ⓪ (CQ, RE)

問題 3 女 $1,2,3$ と男 A,B,C の 3 人ずつのペアに対して，異性に対する好みが以下で与えられている．

女	男
女 $1: B \succ C \succ A$	男 $A: 3 \succ 2 \succ 1$
女 $2: C \succ A \succ B$	男 $B: 1 \succ 3 \succ 2$
女 $3: B \succ A \succ C$	男 $C: 1 \succ 2 \succ 3$

このとき以下のマッチング $1,2,3,4$ の中から各問いの条件に当てはまるマッチングをすべて選びなさい (複数ある時はすべてマークせよ).

マッチング 1	$1-A, 2-B, 3-C$
マッチング 2	$1-B, 2-A, 3-C$
マッチング 3	$1-B, 2-C, 3-A$
マッチング 4	$1-C, 2-A, 3-B$

問 1 女側パレート最適なマッチングをすべて選び， [11] にマークせよ．

問 2 全体パレート最適なマッチングをすべて選び， [12] にマークせよ．

問 3 女側受入保留方式（*Gale-Shapley* アルゴリズム，女側が志望順位を提出してプロポースし，それに基いて男子側が決定・却下を繰り返していく）により得られるマッチングをすべて選び， [13] にマークせよ．

問 4 安定マッチングをすべて選び， [14] にマークせよ．

問題 4 2 つの企業 (企業 1 と企業 2) が同質財を供給し，複占市場で生産量競争をしており，需要が高い場合と低い場合の 2 つの可能性がある．企業 1 と企業 2 の生産量の合計を x，財の価格を p とすると，高需要のとき逆需要関数は $p = 72 - x$ で，低需要のとき逆需要関数は $p = 36 - x$ であるとしよう．企業 1 と 2 の限界費用はいずれも 0 として考える（すなわち収入＝利益）．

以下の問いに答え， [15][16] – [29][30][31] に当てはまる数値または符号をマークしなさい．

問 1 企業 1 と 2 がお互いに高需要であると分かっている場合，各企業の生産量はそれぞれ [15][16] ，各企業の利益はそれぞれ [17][18][19] である．

問 2 企業 1 は高需要か低需要であることを分かっているとし，前者を高需要タイプ，後者を低需要タイプと呼ぶことにする．企業 2 はそれを知らず，高需要と低需要を確率 $1/3$ と $2/3$ で推測し，生産量を決定するものとする．高需要タイプの生産量を x_{1H}，企業 2 の生産量を x_2 とする．企業 1 高需要タイプの最適反応関数（利潤を最大にする生産量）は

$$x_{1H} = -\frac{1}{2}x_2 + \boxed{[20][21]}$$

となる．

問 3 問 *2* において，ベイズナッシュ均衡における企業 1 高需要タイプの生産量は [22][23] ，企業 2 の生産量は [24][25] である．

問 4 問 *3* のベイズナッシュ均衡において，企業 2 の期待利益（事前の期待利益）は [26][27][28] である．企業 2 が生産量を決定した後に高需要であると分かったとき，企業 2 の利益（事後利益）は [29][30][31] となる．

問題 5 カイジは遠藤に借金があるが返そうとしない．利根川は，カイジと遠藤を呼んで，次のゲームをやらせた．

- 第 *1* ステージで，カイジは遠藤に x 円を支払うことを提案する．遠藤がそれに承諾すると，カイジは遠藤に x 円を支払って終わり．
- 遠藤が拒否すると第 *2* ステージのゲームに進む．第 *2* ステージでは，遠藤とカイジは A か B かのどちらかを同時に選ぶ．
- 両方が A を選んだ場合，カイジは遠藤に 1 万円を支払う．
- 両方が B を選んだ場合，カイジは遠藤に 4 万円を支払う．
- 両方が異なるものを選んだ場合は，誰にも支払いは生じない．

ここで遠藤はリスク回避的であり，x 万円を得たときの彼の効用（利得）は $u(x) = \sqrt{x}$ で与えられているとする．これに対し，カイジはリスク中立的であるとする．また第 *1* ステージで遠藤が拒否したときと承諾したときが同じ利得の場合は，遠藤は承諾してゲームは終わると考える．時間による利得の割引はないものとする．以下の問いに答え，$\boxed{[32]}$ – $\boxed{[45]}$ に当てはまる数値または符号をマークしなさい．分数は約分して分数のまま答えよ（小数にしない）．

問 1 第 *2* ステージのナッシュ均衡において，遠藤は A を確率 $\dfrac{\boxed{[32]}}{\boxed{[33]}}$ で選び，カイジは A を確率 $\dfrac{\boxed{[34]}}{\boxed{[35]}}$ で選ぶ．

問 2 第 *2* ステージのナッシュ均衡において，遠藤の期待利得（期待効用）は $\dfrac{\boxed{[36]}}{\boxed{[37]}}$ であり，リスクプレミアムは $\dfrac{\boxed{[38][39]}}{\boxed{[40][41]}}$ 万円である．

問 3 第 *1* ステージでカイジは遠藤に $x = \dfrac{\boxed{[42]}}{\boxed{[43]}}$ 万円を支払うことを提案し，遠藤はそれを承諾する．

問 4 もし，遠藤もカイジもリスク中立的ならば，第 *1* ステージでカイジは遠藤に $x = \dfrac{\boxed{[44]}}{\boxed{[45]}}$ 万円を支払うことを提案し，遠藤はそれを承諾する．