#1

ゲーム理論１　期末試験

July 24, 2018

- 以下の問題に答え，指示に従ってマークを塗りつぶしなさい．
- 解答欄が分数の問題は，必ず約分をして答えよ．また 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ．
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に 0 をマークせよ．例えば アイ の答えが 7 のときは，07 とし，アに 0，イに 7 をマークせよ．

問題 1 ゲーム理論は数学者 ア (4) とモルゲンシュテルンが著した *Theory of Games and Economic Behavior* という本がその始まりと言われる．また，すべての n 人非協力ゲームにナッシュ均衡が存在することを示した人物は イ (1) である．

ア - イ に当てはまる選択肢を以下から選びなさい．

⓪ ボレル　① ナッシュ　② ミリグロム
③ ヴィカリー　④ フォン・ノイマン　⑤ ジョイマン

問題 2 図 1 の戦略形ゲームについて， ア - ウ に当てはまるものをマークせよ．

問 1 プレイヤー 2 に弱支配戦略はあるか．あればその戦略を選び，なければ「なし」を選んで 6 ア にマークせよ（支配戦略は弱支配戦略であるとする）．

① U ② D ③ L ④ M ⑤ R ⑥ なし

問 2 以下の選択肢から，純粋戦略のナッシュ均衡を選んですべて 2,6 イ にマークし，純粋戦略の「支配されないナッシュ均衡」を選んですべて ウ 6 にマークせよ．(複数ある時は複数マークし，ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない)．

① (U,L) ② (U,M) ③ (U,R)
④ (D,L) ⑤ (D,M) ⑥ (D,R) ⑦ なし

1 \ 2	L	M	R
U	(1,3)	(5,3)	(0,1)
D	(2,2)	(1,1)	(1,5)

図 1: ゲームの解を求める

#2

問題 5 *2* つの企業 (企業 *1* と企業 *2*) が差別化された製品を供給している．企業 $i(i=1,2)$ の価格を p_i, 需要量を q_i とすると財の需要関数は

$$q_1 = 8 - p_1 + p_2$$

$$q_2 = 8 - p_2 + p_1$$

で与えられるものとする．企業が財を生産する限界費用は，両企業とも 2 である．

ここでまず企業 1 が先手で価格 p_1 を決定し，それを知って企業 2 が後手で価格 p_2 を決定する．以下の問いの $\boxed{\text{ア}}$-$\boxed{\text{コサ}}$ に当てはまる数値をマークせよ．

問 1 企業 1 の価格 p_1 に対する企業 2 の最適反応関数は，

$$p_2 = \frac{\boxed{\text{ア}}\ 1}{\boxed{\text{イ}}\ 2} p_1 + \boxed{\text{ウ}}\ 5$$

と表せる．

問 2 企業 1 が価格 p_1 を選んだとき，企業 2 が最適反応関数の価格 p_2 を選ぶとして企業 1 の利益を p_1 で表すと

$$-\frac{1}{2}p_1^2 + \underset{14}{\boxed{\text{エオ}}}\,p_1 - 26$$

となる．

問 3 均衡における企業 1 の価格は $\overset{14}{\boxed{\text{カキ}}}$ で，企業 2 の需要量は $\overset{10}{\boxed{\text{クケ}}}$ である．企業 1 の利潤は $\underset{72}{\boxed{\text{コサ}}}$ である．

問題 6 プレイヤー 1 とプレイヤー 2 が 5 万円を手に入れるための，m 段階ゲームを考える．プレイヤーが手に入れたお金を利得と考える．利得の単位は万円とする．

このゲームでは，各段階ごとにプレイヤーが交互に Y か N を選ぶ．第 1 段階ではプレイヤー 1 が Y か N を選ぶ．したがって第 k 段階（$k \leq m$）では，k が奇数ならプレイヤー 1 が，偶数ならプレイヤー 2 が Y か N を選ぶ．

最終段階を除く第 k 段階（$k \leq m-1$）までは，Y を選ぶとゲームは次の段階に進み，N を選ぶとゲームはそこで終わる．N を選んでゲームが終わると，その段階で N を選んだプレイヤーは何ももらえずに k 万円払う（利得は $-k$），もう一方のプレイヤーは k 万円払い，5 万円を手に入れる（利得は $5-k$）．

$-m$

最終段階である第 m 段階では，N を選んだときは，そこまでと同様に，N を選んだプレイヤーは何ももらえずに m 万円払い（利得は $-m$），他方のプレイヤーは m 万円払って 5 万円を手に入れる（利得は $5-m$）．第 m 段階で Y を選ぶと，両プレイヤーは何ももらえず何も払わないで（利得は双方とも 0）ゲームは終わる．

次の問いに答え，$\boxed{\text{ア}}$-$\boxed{\text{カ}}$ に当てはまる数値を答えなさい．

問 1 $m=3$ のゲームを以下に考える．当てはまる数値を答えなさい．

第 1 段階 プレイヤー 1 が Y か N を選ぶ，Y を選ぶとゲームは続き第 2 段階へ進む．N を選ぶとゲームは終わり，プレイヤー 1 は 1 万円を支払って何ももらえないので，利得は -1，プレイヤー 2 は 1 万円を支払い 5 万円を手に入れるので利得は 4.

#3

問題 3 図 2 において，点の上の番号はその意思決定点でプレイするプレイヤーを表し，点 v_{ij} はプレイヤー i の j 番目の意思決定点を表す．終点の利得は左から順にプレイヤー 1,2,3 を表す．バックワードインダクションを用いてゲームの解を求め次の問いに答え，$\boxed{ア}$–$\boxed{エ}$ に A から F までの当てはまる選択肢を答えなさい．(プレイヤーは，プレイヤーの番号順にプレイするわけではないので，誰がどこでプレイするか十分注意せよ．)

問 1 ゲーム 1 において，プレイヤー 1 は v_1 で $\boxed{ア}$ A を選び，プレイヤー 2 は v_{22} で $\boxed{イ}$ E を選ぶ.

問 2 ゲーム 2 において，プレイヤー 1 は v_1 で $\boxed{ウ}$ D を選び，プレイヤー 2 は v_{21} で $\boxed{エ}$ A を選ぶ.

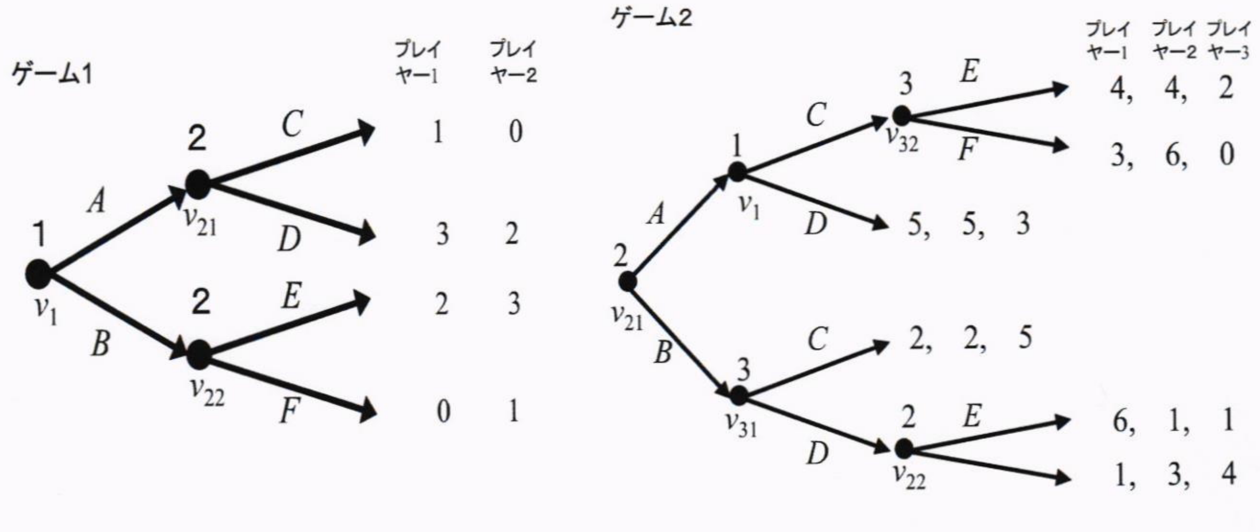

図 2: ゲームの解を求める

問題 4 カニとネコがじゃんけんをする．カニはチョキとグーのどちらかを出し，ネコはパーとグーのどちらかを出す．互いにグーを出すとあいこで利得が 0．チョキとグーだとグーの勝ち，パーとグーだとパーの勝ち，チョキとパーだとチョキの勝ち（普通のじゃんけんと同じ）．勝ったほうの利得が 1，負けたほうの利得が -1 である．

このゲームのナッシュ均衡では，カニがグーを $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ $\frac{2}{3}$ で選択し，ネコがパーを $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ $\frac{1}{3}$ で選択する．また，カニの勝つ確率は $\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ $\frac{1}{9}$ である．

(次に続く)