ゲーム理論 1 期末試験

July 24, 2018

- 以下の問題に答え、指示に従ってマークを塗りつぶしなさい.
- 解答欄が分数の問題は、必ず約分をして答えよ。また1は¹/₁,0は⁰/₁と答えよ。
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に0をマークせよ。例えば アイ の答えが7のと きは、07とし、アに0、イに7をマークせよ。

問題 1 ゲーム理論は数学者 \boxed{P} とモルゲンシュテルンが著した Theory of Games and Eco $nomic\ Behavior$ という本がその始まりと言われる。また、すべてのn人非協力ゲームにナッシュ 均衡が存在することを示した人物は イーである.

ア - イ に当てはまる選択肢を以下から選びなさい.

- ⑦ ボレル
- ① ナッシュ ② ミリグロム
- ③ ヴィカリー ④ フォン・ノイマン ⑤ ジョイマン

問題 2 図 1 の戦略形ゲームについて, \boxed{P} 」 に当てはまるものをマークせよ.

問1 プレイヤー2に弱支配戦略はあるか. あればその戦略を選び, なければ「なし」を選んで ア にマークせよ (支配戦略は弱支配戦略であるとする).

① U ② D ③ L ④ M ⑤ R ⑥ なし

問2 以下の選択肢から、純粋戦略のナッシュ均衡を選んですべて イ にマークし、純粋戦略 の「支配されないナッシュ均衡」を選んですべて「ウレにマークせよ.(複数ある時は複 数マークし、ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ. 混合戦略は考えない).

- ① (U,L) ② (U,M) ③ (U,R)
- ④ (D,L) ⑤ (D,M) ⑥ (D,R) ⑦ なし

1 2	L	М	R
U	(1,3)	(5,3)	(0,1)
D	(2,2)	(5,3)	(1,5)

図 1: ゲームの解を求める



問題 5 2つの企業 (企業 1 と企業 2) が差別化された製品を供給している。企業 i(i=1,2) の価格を p_i 、需要量を q_i とすると財の需要関数は

$$q_1 = 8 - p_1 + p_2$$

 $q_2 = 8 - p_2 + p_1$

で与えられるものとする.企業が財を生産する限界費用は、両企業とも2である.

ここでまず企業 1 が先手で価格 p_1 を決定し、それを知って企業 2 が後手で価格 p_2 を決定する。以下の問いの $\boxed{\textbf{P}}$ $\boxed{\textbf{¬}}$ に当てはまる数値をマークせよ。

問1 企業1の価格 p1 に対する企業2の最適反応関数は,

$$p_2 = \frac{\boxed{P}}{\boxed{1}} p_1 + \boxed{\cancel{0}}$$

と表せる.

問 $\mathbf{2}$ 企業1 が価格 p_1 を選んだとき、企業2 が最適反応関数の価格 p_2 を選ぶとして企業1 の利益を p_1 で表すと

$$-\frac{1}{2}p_1^2 + \boxed{$$
エオ $p_1 - 26$

潤は コサ である. 問題 6 プレイヤー 1 とプレイヤー 2 が 5 万円を手に入れるための,m 段階ゲームを考える.プレイヤーが手に入れたお金を利得と考える.利得の単位は万円とする.

このゲームでは、各段階ごとにプレイヤーが交互にY かN を選ぶ、第1 段階ではプレイヤー1 が Y か N を選ぶ、したがって第k 段階($k \le m$)では、k が奇数ならプレイヤー1 が、偶数ならプレイヤー2 が Y か N を選ぶ、

最終段階を除く第k段階 $(k \le m-1)$ までは、Y を選ぶとゲームは次の段階に進み、N を選ぶとゲームはそこで終わる。N を選んでゲームが終わると、その段階で N を選んだプレイヤーは何ももらえずにk万円払う(利得は-k)、もう一方のプレイヤーはk万円払い、5万円を手に入れる(利得は5-k)。

最終段階である第m段階では、Nを選んだときは、そこまでと同様に、Nを選んだプレイヤーは何ももらえずにm万円払い(利得は-m)、他方のプレイヤーはm万円払って5万円を手に入れる(利得は5-m).第m段階でYを選ぶと、両プレイヤーは何ももらえず何も払わないで(利得は双方とも 0)ゲームは終わる.

次の問いに答え, アーカ に当てはまる数値を答えなさい.

問1m=3のゲームを以下に考える. 当てはまる数値を答えなさい.

第1段階 プレイヤー1がYかNを選ぶ、Yを選ぶとゲームは続き第2段階へ進む。Nを選ぶとゲームは終わり、プレイヤー1は1万円を支払って何もらえないので、利得は-1、プレイヤー2は1万円を支払い5万円を手に入れるので利得は4.

問題 3 図 2 において、点の上の番号はその意思決定点でプレイするプレイヤーを表し、点 v_{ij} はプレイヤーi の j 番目の意思決定点を表す。終点の利得は左から順にプレイヤー1,2,3 を表す。バックワードインダクションを用いてゲームの解を求め次の問いに答え、P — \mathbf{I} に A から F までの当てはまる選択肢を答えなさい。 (プレイヤーは、プレイヤーの番号順にプレイするわけではないので、誰がどこでプレイするか十分注意せよ。)

問1 ゲーム1 において,プレイヤー1 は v_1 で P を選び,プレイヤー2 は v_{22} で 1 を選ぶ.

問2 ゲーム2 において,プレイヤー1 は v_1 で 0 を選び,プレイヤー2 は v_{21} で 0 エ を選ぶ.

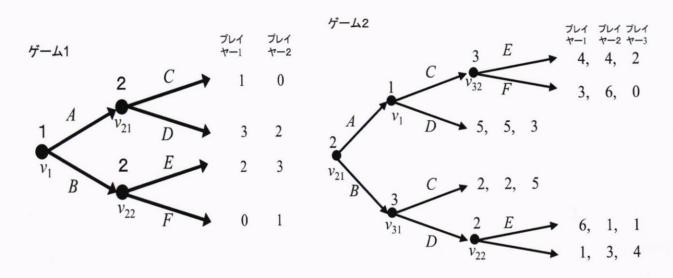


図 2: ゲームの解を求める

問題 4 カニとネコがじゃんけんをする. カニはチョキとグーのどちらかを出し、ネコはパーとグーのどちらかを出す. 互いにグーを出すとあいこで利得が 0. チョキとグーだとグーの勝ち、パーとグーだとパーの勝ち、チョキとパーだとチョキの勝ち(普通のじゃんけんと同じ). 勝ったほうの利得が 1, 負けたほうの利得が -1 である.

このゲームのナッシュ均衡では、カニがグーをアーで選択し、ネコがパーをフェンで選択する。

る. また, カニの勝つ確率は カーである.

(次に続く)

- 第2段階 プレイヤー2がYかNを選ぶ、Yを選ぶとゲームは続き第3段階へ進む。Nを選ぶとゲームは終わり、プレイヤー2は何もらえずに2万円を支払い利得は-2. プレイヤー1は2万円を支払い5万円を手に入れるので、利得は $\boxed{P3}$.
- 問2 m=3のゲームの解を求めると、ゲームは第 1 段階で終了し、プレイヤー1の利得は 1 である.
- 問3 m=30 のゲームの解を求めると、ゲームは第 $\boxed{ エオ }$ 段階で終了し、プレイヤー2の利得は $\boxed{ カ }$ である.
- 問題 7 プレイヤー 1 とプレイヤー 2 が 0 から 1 の間の数を選ぶゲームを考える。 プレイヤー 1 が選ぶ数を x, プレイヤー 2 が選ぶ数を y とする。 $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ である。 プレイヤー 1 の利得は -|x+y-1| である (x+y-1) の絶対値に -1 を掛けたもの)。 プレイヤー 2 の利得は $-3y^2 + 4xy x^2$ で表されるものとする.
- 問1 プレイヤー2の最適反応関数,すなわちプレイヤー1がxを選んだ時にプレイヤー2の利得を最大にするyは

$$y = \frac{\boxed{P}}{\boxed{1}} \frac{2}{3}$$

である. プレイヤー 1 が $x=\frac{1}{2}$ を選んだとき,プレイヤー 2 の利得を最大にする y は $y=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ である.

問2 プレイヤー 2 が $y=\frac{4}{7}$ を選んだとき,プレイヤー 1 の利得を最大にする x は $x=\frac{1}{2}$ で ある.

問3 このゲームのナッシュ均衡は
$$x = \begin{bmatrix} * \\ * \end{bmatrix}$$
, $y = \begin{bmatrix} * \\ * \end{bmatrix}$ である.