ゲーム理論 2 期末試験

Jan 21, 2020

注意事項

- 解答用紙の学修番号を正確にマークせよ．
- 解答は [　　] 内の番号に対応するマークシートの番号の**マーク欄に該当する数字・記号**をマークせよ．解答が数値の場合は，マーク欄は数値（0 から 9 まで）か，マイナス – の符号のどれかをマークせよ．数値が負の場合のみ，符号のマイナスをつけよ．**数値が正か 0 の場合は，符号はつけない．マークシートの + は，指示がない限りは使わない．**
- 分数の問題は，必ず約分せよ．また 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ．負の分数のときは，マイナスの符号は分子につけよ．
- 解答欄の桁数が余るときは前の桁に 0 をマークせよ．例えば **[1][2][3]** の答えが 7 のときは，007 とし，[1] と [2] に 0，[3] に 7 をマークせよ．

問題 1 図 *1* の 2 つの展開形ゲームにおいて，H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表し，利得は左がプレイヤー 1，右がプレイヤー 2 を表している．選択肢では，プレイヤーが選ぶ行動を，プレイヤー順にカンマで区切って並べ，各プレイヤーでは情報集合の番号順に並べている．例えばゲーム 1 の選択肢の場合，(A, CE) はプレイヤー 1 が A を選び，プレイヤー 2 が H_{21} で C を H_{22} で E を選ぶことを表している．次の問いに答えよ．

問 1 ゲーム 1 のナッシュ均衡と部分ゲーム完全均衡を選択肢から**すべて**選び，ナッシュ均衡は *[1]* に，部分ゲーム完全均衡は *[2]* にマークせよ．

問 2 ゲーム 2 のナッシュ均衡と部分ゲーム完全均衡を選択肢から**すべて**選び，ナッシュ均衡は *[3]* に，部分ゲーム完全均衡は *[4]* にマークせよ．

ゲーム 2 では選択肢以外にもナッシュ均衡や部分ゲーム完全均衡が存在する可能性があるが，選択肢の中だけで考えて答えよ．選択肢にナッシュ均衡や部分ゲーム完全均衡がない場合は *–(マイナス)* をマークせよ．

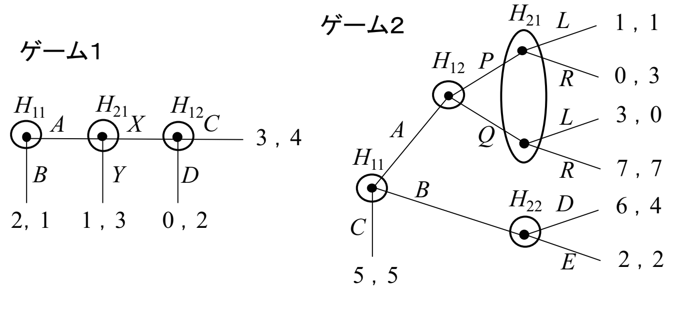


図 1: ナッシュ均衡と部分ゲーム完全均衡を求めよ

ゲーム 1 の選択肢

① (AC, X)　② (AC, Y)　③ (AD, X)　④ (AD, Y)
⑤ (BC, X)　⑥ (BC, Y)　⑦ (BD, X)　⑧ (BD, Y)

ゲーム 2 の選択肢

① (AP, RD)　② (AP, RE)　③ (AQ, RD)　④ (AQ, RE)　⑤ (BQ, LD)
⑥ (BQ, LE)　⑦ (CP, LD)　⑧ (CP, LE)　⑨ (CQ, RD)　⓪ (CQ, RE)

問題 2 女 1, 2, 3 と男 A, B, C の 3 人ずつのペアに対して，異性に対する好みが以下で与えられている．

女	男
女 $1 : A \succ C \succ B$	男 $A : 3 \succ 1 \succ 2$
女 $2 : A \succ B \succ C$	男 $B : 1 \succ 2 \succ 3$
女 $3 : B \succ C \succ A$	男 $C : 1 \succ 2 \succ 3$

このとき以下のマッチング 1, 2, 3, 4 の中から各問いの条件に当てはまるマッチングをすべて選びなさい (複数ある時はすべてマークせよ).

① マッチング 1　$1 - A, 2 - B, 3 - C$
② マッチング 2　$1 - A, 2 - C, 3 - B$
③ マッチング 3　$1 - B, 2 - A, 3 - C$
④ マッチング 4　$1 - B, 2 - C, 3 - A$
⑤ マッチング 5　$1 - C, 2 - A, 3 - B$
⑥ マッチング 6　$1 - C, 2 - B, 3 - A$

問 1 女側パレート最適なマッチングをすべて選び，[5] にマークせよ．

問 2 女側受入保留方式（*Gale-Shapley* アルゴリズム，女側が志望順位を提出してプロポースし，それに基いて男側が決定・却下を繰り返していく）により得られるマッチングをすべて選び，[6] にマークせよ．

問 3 男側受入保留方式（*Gale-Shapley* アルゴリズム，男側が志望順位を提出してプロポースし，それに基いて女側が決定・却下を繰り返していく）により得られるマッチングをすべて選び，[7] にマークせよ．

問 4 　安定マッチングをすべて選び，[8] にマークせよ．

問題 3 2 つの企業 (企業 1 と企業 2) が差別化された財を供給し，複占市場で価格競争（ベルトラン競争）をしているとする．財の需要関数は，企業 i の価格を p_i，需要量を q_i $(i = 1, 2)$ とすると

$$q_1 = 60 - p_1 + p_2$$

$$q_2 = 48 - p_2 + p_1$$

で与えられるものとする．

企業 1 は，限界費用が 36 と高い場合と，18 の低い場合があるとする．前者を高費用タイプ，後者を低費用タイプと呼ぶことにする．企業 2 の限界費用は 36 とする．企業 1 は自分の費用が分かっているが，企業 2 は企業 1 の費用は分からず，高費用タイプと低費用タイプをそれぞれ確率 $\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{3}$ として推測しているものとする（企業 2 の費用が 36 であることはどちらも知っている）．以下の問いに答えなさい．

問 1 企業 1 高費用タイプと企業 2 の価格をそれぞれ p_{1H}, p_2 とすると，企業 1 高費用タイプの最適反応関数は

$$p_{1H} = \frac{\boxed{[9]}}{\boxed{[10]}} p_2 + \boxed{[11][12]}$$

である．

問 2 ベイズナッシュ均衡における企業 1 高費用タイプの価格は [13][14]，企業 2 の価格は [15][16] である．

問 3 ベイズナッシュ均衡において，企業 1 が低費用タイプであった場合は，企業 1 の財の需要量は [17][18]，企業 2 の財の需要量は [19][20] となる．

問題 4 以下の 2 人ゲームを考える．

(1) プレイヤー 1 が 3 枚のカード 1 枚をランダムに引く．3 枚のうち，2 枚は H ($High$) で．1 枚は $L(Low)$ と書かれている．プレイヤー 1 だけが，そのカードを見る．プレイヤー 2 はプレイヤー 1 の引いたカードは分からない．

(2) プレイヤー 1 は $B(Bid)$ か $D(Drop)$ を選ぶ．

(3) プレイヤー 1 が，D を選べばゲームはそこで終わり，プレイヤー 1 はプレイヤー 2 に 3 万円を支払う（プレイヤー 1 の利得 -3，プレイヤー 2 の利得 $+3$）

(4) プレイヤー 1 が，B を選ぶと，プレイヤー 2 が $B(Bid)$ か $D(Drop)$ を選ぶ．プレイヤー 2 が，D を選べばゲームはそこで終わり，プレイヤー 2 はプレイヤー 1 に 3 万円を支払う.（プレイヤー 1 の利得 $+3$，プレイヤー 2 の利得 -3）

(5) 両者が共に B を選ぶと，カードが勝敗を決める．プレイヤー 1 の引いたカードが H ならば，プレイヤー 1 の勝利，L ならばプレイヤー 2 の勝利である．この場合は，勝った方が負けた方に 6 万円支払う.（勝者の利得 $+6$，敗者の利得 -6）

以下に当てはまる数値を答えよ.（再注意：分数において 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ.）

問 1 図 2 の左図は，最初に自然が 2/3 でプレイヤー 1 に H のカードを与え，1/3 で L のカードを与えるとし，ゲームをゲームの木で表現したものである．ここで $a = \boxed{[21]}$，$c = \boxed{[22]}$ である．

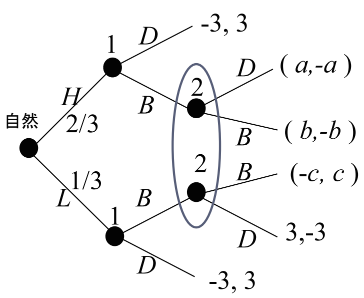
問 2 図 2 の右図は，このゲームを戦略形ゲームに変換したものである．ここでプレイヤー 1 の戦略は左側が H を引いたとき，右側が L を引いたときの行動を表し，例えば BD は「H を引けば B を選び，L を引けば D を選ぶ」という戦略を表す．ここで $d = \boxed{[23]}$，$e = \boxed{[24]}$，$f = \boxed{[25]}$，$g = \boxed{[26]}$ である．

問 3 プレイヤー 1 の支配されない戦略を，以下からすべて求め，その番号を $\boxed{[27]}$ にすべてマークせよ．

①BB　②BD　③DB　④DD

問 4 この戦略形ゲームのナッシュ均衡では，プレイヤー 1 は BB を確率 $\frac{\boxed{[28]}}{\boxed{[29]}}$ で，DB を確率 $\frac{\boxed{[30]}}{\boxed{[31]}}$ で選ぶ．プレイヤー 2 は D を $\frac{\boxed{[32]}}{\boxed{[33]}}$ で選ぶ.（ヒント：このゲームには純粋戦略のナッシュ均衡はない．支配された戦略は使われない（確率 0 で選ぶ）として取り除いて，混合戦略のナッシュ均衡を求める）.

問 5 問 2 で求めたナッシュ均衡において，プレイヤー 1 が H を引いた時に（その条件のもとで），B を選ぶ確率は $\frac{\boxed{[34]}}{\boxed{[35]}}$ である．L を引いた時に（その条件のもとで），B を選ぶ確率は $\frac{\boxed{[36]}}{\boxed{[37]}}$ である．



1 \ 2	B	D
BB	(2,-2)	(g,-g)
BD	(d,-d)	(h,-h)
DB	(-e, e)	(-i, i)
DD	(-f, f)	(-j, j)

図 2: ナッシュ均衡と部分ゲーム完全均衡を求めよ

問題 5 次のようなゲームを考える．

- プレイヤー 1 と 2 が，毎回 A か B を同時に選ぶ．
- 同じものを選ぶとプレイヤー 1 がポイントを得る．ここで両方が A を選ぶとプレイヤー 1 は 2 ポイント獲得し，両方が B を選ぶとプレイヤー 1 は 1 ポイント獲得する．
- 異なるものを選ぶとプレイヤー 2 がポイントを得る．ここでプレイヤー 1 が A を選び，プレイヤー 2 が B を選ぶと，プレイヤー 2 は 2 ポイント獲得し，プレイヤー 1 が B を選び，プレイヤー 2 が A を選ぶと，プレイヤー 2 は 1 ポイント獲得する．

ゲームは，上記のゲームを繰り返し，先に 2 ポイント以上を獲得したプレイヤーが勝ちである．勝ったプレイヤーの利得は $+1$，負けたプレイヤーの利得は -1 である.（負けた方が何ポイントを取ったかは勝敗に関係がない）．このゲームの部分ゲーム完全均衡はどうなるか．以下の問いに答えよ．プレイヤーは各ゲームではポイントではなく，利得を最大化すると考える.（再注意：分数において 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ.）

問 1 両者が 1 ポイントずつ獲得しているとき，プレイヤー 1 は A を $\frac{\boxed{[38]}}{\boxed{[39]}}$ で選ぶ．またこのときプレイヤー 1 の期待利得は $\frac{\boxed{[40]}}{\boxed{[41]}}$ である．

問 2 プレイヤー 1 が 1 ポイント獲得し，プレイヤー 2 が 0 ポイントのときを考える．このときプレイヤー 1 は A を $\frac{\boxed{[42]}}{\boxed{[43]}}$ で選び，プレイヤー 2 は A を $\frac{\boxed{[44]}}{\boxed{[45]}}$ で選ぶ．プレイヤー 1 の期待利得は $\frac{\boxed{[46]}}{\boxed{[47]}}$ である．

問 3 ゲームの開始時（両者ともポイント 0），プレイヤー 1 は A を $\frac{\boxed{[48]}}{\boxed{[49]}}$ で選ぶ．またこのときプレイヤー 1 の期待利得は $\frac{\boxed{[50]}}{\boxed{[51]}}$ である．