ゲーム理論１ 期末試験

Jul 23, 2019

注意事項

- 解答用紙の学修番号を正確にマークせよ．ここを誤ると 0 点となる可能性がある（毎年 2 人くらいいる）．
- 解答は [　] 内の番号に対応するマークシートの番号の**マーク欄に該当する数字・記号**をマークせよ．
- 解答が数値の場合は，マーク欄は数値（0 から 9 まで）か，マイナス − の符号のどれかをマークせよ．数値が負の場合のみ，符号のマイナスをつけよ．**数値が正か 0 の場合は，符号はつけない．マークシートの + は，指示がない限りは使わない．**
- 分数の問題は，必ず約分せよ．また 1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ．負の分数のときは，マイナスの符号は分子につけよ．
- 解答欄に 2 つ以上の番号が並ぶ時は，基本的には 2 桁以上の答を意味する． **[1][2][3]** の答が 532 のときは [1] に 5，[2] に 3，[3] に 2 をマークせよ．ただし解答欄の桁数が余るときは前の桁に 0 をマークせよ．例えば **[4][5][6]** の答が 7 のときは，007 とし，[4] と [5] に 0，[6] に 7 をマークせよ．

問題 1 ゲーム理論は数学者 *[1]* とモルゲンシュテルンが著した *Theory of Games and Economic Behavior* という本がその始まりと言われる．また，すべての n 人非協力ゲームにナッシュ均衡が存在することを示した人物は *[2]* である．

選択肢

①ボレル　②ナッシュ　③ガンマン　④ヴィカリー　⑤フォン・ノイマン　⑥ジョイマン

問題 2 図 *1* の戦略形ゲームについて，当てはまるものをマークせよ．

問 1 プレイヤー 1 の支配された戦略は *[3]* であり，プレイヤー 2 の弱支配戦略は *[4]* である．以下の選択肢から当てはまるものを**すべて**選び，なければ「なし」を選んでマークせよ（支配戦略は弱支配戦略であるとする）．

選択肢

① U　② M　③ D　④ A　⑤ B　⑥ C　⑦なし

問 2 以下の選択肢から，純粋戦略のナッシュ均衡を**すべて**選んで *[5]* にマークし，純粋戦略の「支配されないナッシュ均衡」**すべて**を選んで *[6]* にマークせよ．（複数ある時は複数マークし，ない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない）．

選択肢

①(U,A)　②(U,B)　③(U,C)
④(M,A)　⑤(M,B)　⑥(M,C)
⑦(D,A)　⑧(D,B)　⑨(D,C)
⓪ なし

1 \ 2	A	B	C
U	(1 , 5)	(6 , 5)	(0 , 4)
M	(2 , 2)	(0 , 0)	(2 , 2)
D	(2 , 1)	(1 , 0)	(2 , 1)

図 1: ゲームの解を求める

問題 3 図 *2* はプレイヤー A，B，C によるゲームをゲームの木で表したものである．点の上のアルファベットはその意思決定点でプレイするプレイヤーを表し，点 v_{ij} はプレイヤー $i(i = A, B, C)$ の j 番目の意思決定点を表し，プレイヤーは番号のついた枝を選ぶ．終点の利得は左から順にプレイヤー A,B,C を表す．バックワードインダクションを用いてゲームの解を求めて，次の問いに答え [7] – [12] に当てはまる数字を答えなさい．*(*プレイヤーがアルファベット，選択する枝（行動）が番号で与えられていることに注意せよ．プレイヤーはアルファベット順にプレイするわけではないので，誰がどこでプレイするかも十分注意せよ．*)*

問 1 ゲーム 1 において，プレイヤー A は v_A で [7] を選び，プレイヤー B は v_{B2} で [8] を選ぶ．ゲームの結果，プレイヤー B が獲得する利得は [9] である．

問 2 ゲーム 2 において，プレイヤー A は v_{A2} で [10] を選び，プレイヤー C は v_{C1} で [11] を選ぶ．ゲームの結果，プレイヤー A が獲得する利得は [12] である．

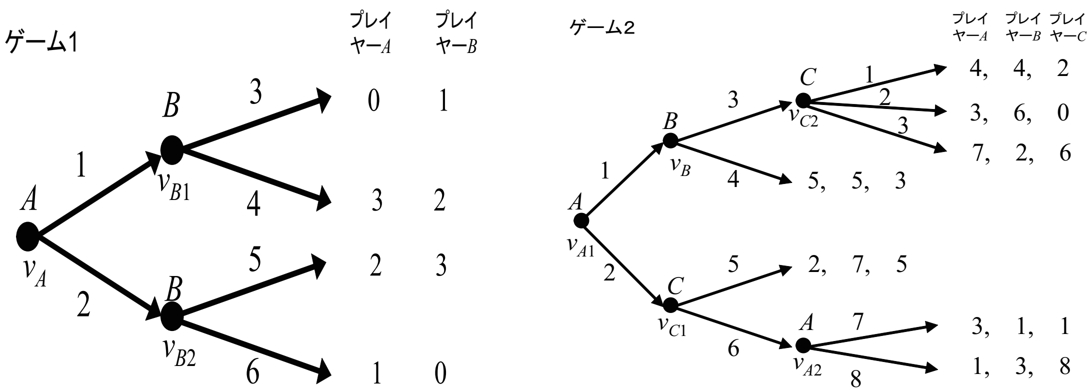

図 2: ゲームの解を求める

問題 4 プレイヤー 1 とプレイヤー 2 がグーかパーを出す．*2* 人ともにグーを出すと共に利得は 2，*2* 人ともにパーを出すと，共に利得は x，*2* 人が異なるものを選ぶと利得は共に 0 である．

問 1 $x = 3$ のとき，このゲームのナッシュ均衡は，混合戦略まで含めると [13] 個ある．このとき（グーとパーが共に正の確率で選ばれる）混合戦略のナッシュ均衡で，プレイヤー 1 がグーを選ぶ確率は $\frac{[14]}{[15]}$ である．また，プレイヤー 1 の期待利得は $\frac{[16]}{[17]}$ である．

問 2 x が限りなく大きいとき（$x \to \infty$），このゲームの（グーとパーが共に正の確率で選ばれる）混合戦略のナッシュ均衡でプレイヤー 1 がグーを選ぶ確率は [18] に近づく

問題 5 メーカー（*Maker*：プレイヤー M）が製品を独占的に製造して販売している．メーカーの限界費用は 4 で一定とし，固定費は考えない．ここでメーカーが，直接，消費者に市場で販売するとき（ケース１）と，独占的な小売店（*Retailer*：プレイヤー R）を使って販売するとき（ケース２）を比較したい．

この製品が１単位あたり価格 p で消費者に販売されるとき，消費者の需要 x は $x=36-p$ であるとする．言い換えると製品を x 単位販売するとき，その製品１単位あたりの価格は $p=36-x$ になるとする．次の問いに答えなさい．

（ケース１）　メーカーが直接，消費者に販売するときを考える．このときはメーカーの利益 π_M は $\pi_M = px - 4x$ で表され，通常の独占市場の問題となる．

問 1 このときメーカーが利益を最大にする生産量は $\boxed{[19][20]}$ であり，

消費者余剰は $\boxed{[21][22][23]}$ となる．

（ケース２）　次に，メーカーが製品１単位あたりの価格 d を決めて小売店に売り，その後で，小売店が販売量 x を決めて消費者に製品を売る問題を考える．小売店が販売量を x と決めると，その製品１単位あたりの価格は $p=36-x$ になる．またメーカーが小売店に売れる製品は，小売店が消費差に売ると決めた x 単位であるとする（小売店は消費者に売れる分だけ仕入れる）．

小売店は製品を１単位あたり価格 d で仕入れるため，小売店の利益 π_R は

$$\pi_R = px - dx$$

で表される．メーカーは，小売店に d で x 単位売り，製品１単位を限界費用 4 で作るので，その利益 π_M は

$$\pi_M = dx - 4x$$

となる．

問 1 小売店が利益を最大にする販売量 x を d で表わすと，

$$x = -\frac{1}{2}d + \boxed{[24][25]}$$

となる．

問 2 先手がメーカー，後手が小売店であることに注意し，このゲームを解いてメーカーが利益を最大にする価格 d を求めると $d = \boxed{[26][27]}$ となる．またこのときの小売店の利益は $\pi_R = \boxed{[28][29]}$ であり，消費者への販売価格 p はケース１に比べて $\boxed{[30]}$ 高くなる．社会的総余剰（メーカーの利益，小売店の利益，消費者余剰の合計．ケース１では小売店の利益は 0 と考える）は，ケース１に比べて $\boxed{[31][32][33]}$ 減少する．

問題 6 ある街にエルファルロというバーがあり，A,B,C,D,E,F の 6 人が通っている（その 6 人以外は，バーにはいない）．彼らは「バーに行く」か「家にいる」か，どちらかを選ぶ．彼らは，バーが混んでいなければ，家にいるよりもバーに行きたい．一方，バーが混んでいれば，バーに行かず家にいる方を好む．(ただし F は，基本的にはバーに行きたいようだ)．6 人の好みは，以下の通り．

- A は自分を含めてバーにいるのが 3 人以下なら家よりバーを好み，自分を含めてバーにいるのが 4 人以上なら，バーより家にいる方を好む．
- B,C,D は自分を含めてバーにいるのが 4 人以下なら家よりバーを好み，自分を含めてバーにいるのが 5 人以上なら，バーより家にいる方を好む．
- E は自分を含めてバーにいるのが 5 人以下なら家よりバーを好み，自分を含めてバーにいるのが 6 人以上なら，バーより家にいる方を好む．
- F は自分を含めてバーにいるのが 4 人以下なら家よりバーを好み，自分を含めてバーにいるのが 5 人以上なら，バーと家は無差別（同じ利得）である．

バーに行くことを選択した人を中かっこ $\{\quad\}$ で表すとき，どの組み合わせが解になりうるだろうか．例えば $\{B, C, E, F\}$ は，B, C, E, F はバーに行き，A, D, E は家にいることを示す．このとき B は，バーにいるのが 4 人以下なので，家よりバーを好む．また D は，自分がバーに行くとバーが 5 人になるので，バーに行くより家にいた方が良い．

以下の選択肢から，ナッシュ均衡を**すべて**選んで $\boxed{\textit{[34]}}$ にマークし，純粋戦略の「支配されないナッシュ均衡」を**すべて**選んで $\boxed{\textit{[35]}}$ にマークせよ．(複数ある時は複数マークし，1 つもない場合は「なし」のみを選んでマークせよ．混合戦略は考えない)．

選択肢

1{A,B}　2{A,B,F}　3{A,B,E,F}
4{B,C,D,E}　5{B,C,D,F}　6{B,C,E,F}
7{C,D,E,F}　8{B,C,D,E,F}　9{A,B,C,D,E,F}
10なし