ゲーム理論２　期末試験

Feb 2, 2016

- 解答は解答用紙のマークに記入して提出せよ．

問題 1 図 *1* の２つの展開形ゲームについて，部分ゲーム完全均衡を求めよ．答は表 *1* において，各プレイヤーが情報集合で選択する代替案（x か y か，または z か w か）を記入しなさい．ここで情報集合 H_{ij} はプレイヤー i の j 番目の情報集合を表しており，利得は左がプレイヤー 1，右がプレイヤー 2 の利得である．

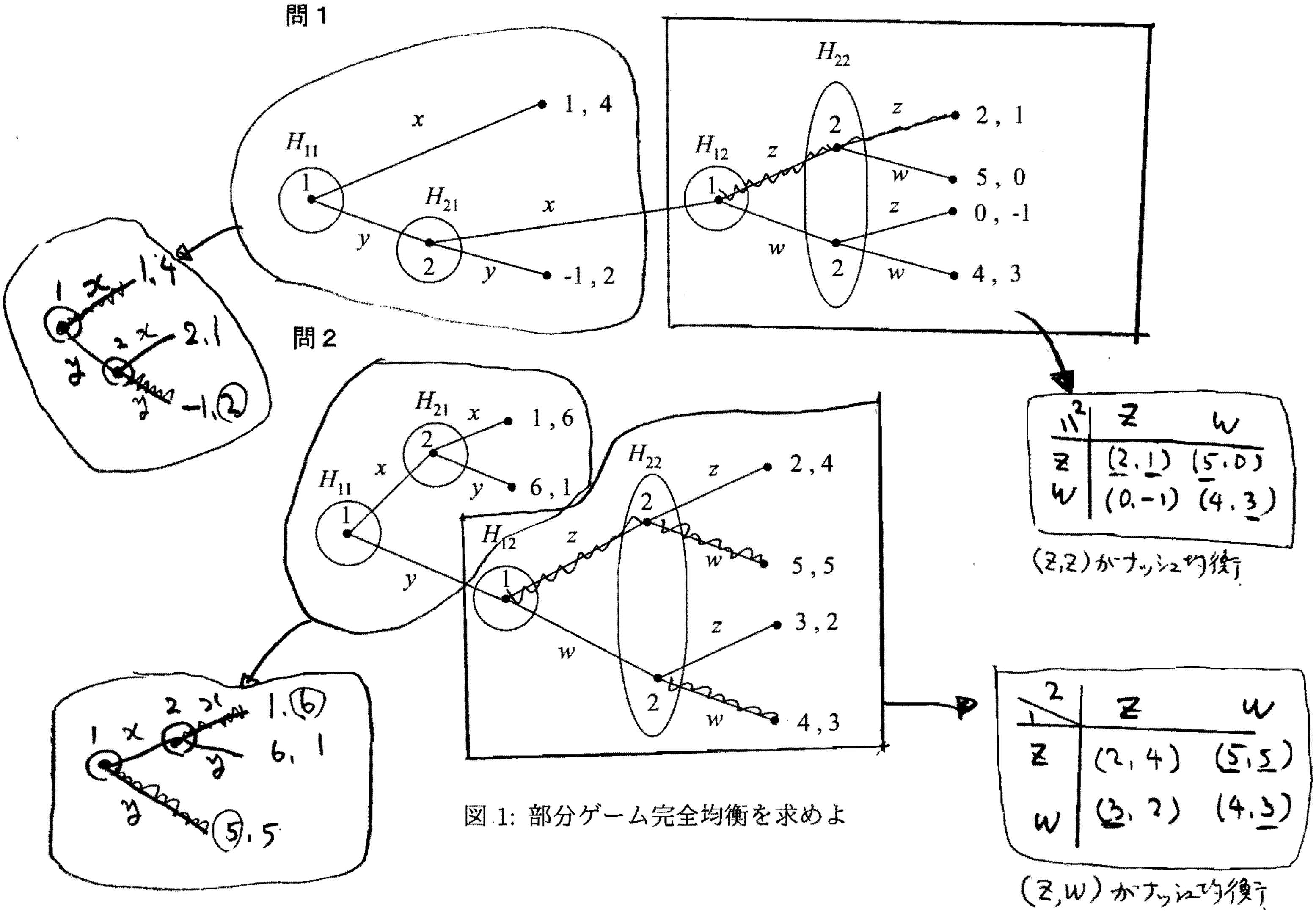

図 1: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

問 1

プレイヤー 1	H_{11}		ア	x
	H_{12}		イ	z
プレイヤー 2	H_{21}		ウ	y
	H_{22}		エ	z

問 2

プレイヤー 1	H_{11}		オ	y
	H_{12}		カ	z
プレイヤー 2	H_{21}		キ	x
	H_{22}		ク	w

表 1: 図 1 のゲームの解

問題 2 1，2，3，4の4人の女子をA，B，C，Dの4人の男子とマッチングする．各個人の好みは以下のように与えられているとする．

女子の好み	男子の好み
$1: D \succ A \succ B \succ C$	$A: 1 \succ 2 \succ 3 \succ 4$
$2: D \succ B \succ A \succ C$	$B: 3 \succ 1 \succ 2 \succ 4$
$3: A \succ B \succ D \succ C$	$C: 4 \succ 3 \succ 1 \succ 2$
$4: A \succ B \succ D \succ C$	$D: 4 \succ 3 \succ 1 \succ 2$

・1—A
・2—C
・3—B
・4—D

このとき，女子が好みを提出する受け入れ保留方式（*Gale-Shapley* アルゴリズム）のマッチングの結果は，1 − [ア] A ,2 − [イ] C ,3 − [ウ] B, 4 − [エ] D となる．マッチングする相手を求め，[ア]-[エ] にA，B，C，Dをマークせよ．

問題 3 2人戦略形ゲームにおいて，プレイヤー1にはタイプA, タイプBの2つのタイプがあるような不完備情報ゲームを考える．図2は，この2つのタイプに対応する利得行列である．プレイヤー1は自分のタイプを知っているが，プレイヤー2は相手のタイプが分からず，タイプAである確率を$\frac{3}{4}$, タイプBである確率を$\frac{1}{4}$で推測しているとき，このゲームの純粋戦略のベイズナッシュ均衡をすべて求め，選択肢から選びマークせよ．ここで$((U,D),L)$は，プレイヤー1のタイプAがUを，タイプBがDを，プレイヤー2がLを選んでいる戦略の組を表す．混合戦略は考えなくて良い．**複数ある時は複数マークせよ．**

プレイヤー1がタイプAのとき

1 \ 2	L	R
U	(4, 12)	(1, 4)
D	(2, 0)	(3, 8)

プレイヤー1がタイプBのとき

1 \ 2	L	R
U	(2, 0)	(4, 8)
D	(3, 12)	(1, 4)

図 2: 各タイプに対応する利得行列

⓪ なし	① $((U,U),L)$	② $((U,U),R)$	③ $((U,D),L)$
④ $((U,D),R)$	⑤ $((D,U),L)$	⑥ $((D,U),R)$	⑦ $((D,D),L)$
⑧ $((D,D),R)$			

③と⑥

1 \ 2	L	R
(U, U)	((4, 2), 9)	((1, 4), 5)
(U, D)	((4, 3), 12)	((1, 1), 4)
(D, U)	((2, 2), 0)	((3, 4), 8)
(D, D)	((2, 3), 3)	((3, 1), 7)

ベイズナッシュ均衡：((U, D), L), ((D, U), R)

問題 4 プレイヤー1とプレイヤー2が5万円を分ける2段階の交渉ゲームを考える．

第1段階で，**プレイヤー**2が自分の取り分 y 万円を提案し，プレイヤー1は承諾か拒否を選ぶ．承諾した場合は，プレイヤー2の配分は y 万円，プレイヤー1の配分は $5-y$ 万円となり交渉は終了する．第1段階でプレイヤー1が拒否した場合は第2段階へ移る．

第2段階では，**プレイヤー**1が，自分の取り分 x 万円を提案し，プレイヤー2は承諾か拒否を選ぶ．承諾した場合は，プレイヤー1の配分は x 万円，プレイヤー2の配分は $5-x$ 万円である．第2段階でプレイヤー2が提案を拒否した場合は双方0万円で交渉は決裂する．交渉が1段階遅れると，配分を割引因子 $R=0.8$ で割引かれた値が利得になると考える（配分と利得という言葉を区別する）．

各段階において後手は，承諾する場合と拒否する場合で利得が同じときは承諾すると考える．次の問いに答え $\boxed{\text{ア}}$-$\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる数値を答えよ．

問1 まず第1段階でプレイヤー1が提案を「拒否」した場合を考える．このとき第2段階のゲーム（部分ゲーム）を考えると，プレイヤー2は $x \leq \boxed{\text{ア}}$ 以下であれば承諾し，それを超えた提案は拒否する．

5

問2 このことからゲームの解では，第1段階でプレイヤー2が $y=\boxed{\text{イ}}$ を提案し，プレイヤー1は承諾する．ゲームの結果，プレイヤー1の利得は $\boxed{\text{ウ}}$ 万円になる．

1

4

問題 5 2つの企業 A と B のクールノー競争において，企業 A がクールノー競争を行う前にコスト削減のための研究開発投資を行うゲームを考える．具体的なゲームは以下の通り．

第1段階 企業 A だけが研究開発の投資量 z を決める．このとき研究開発の投資費用は z^2 である．

第2段階 企業 A と企業 B がクールノー競争を行う．企業 A と B の生産量をそれぞれ x_A, x_B としたときに，この市場の価格 p は $p = 45 - (x_A + x_B)$ で与えられるとする（逆需要関数）．このとき企業 A の限界費用は 30 から第1段階で投資した分だけ削減される．すなわち企業 A の限界費用は $30 - z$ である．企業 B の限界費用は 30 であるとする．

企業 A の総利益はクールノー競争から得た利益から第1段階の研究開発の投資費用 z^2 を引いたものとする（時間差による割引は考えない）．企業 B の総利益は第2段階のクールノー競争の利益だけである．各企業とも第2段階では，企業 A の投資量を知ったうえでクールノー競争を行う（すなわち互いに競争時の限界費用は知っているとする）．各企業は総利益を最大にするように行動するとし，部分ゲーム完全均衡がゲームの解になるとする．次の問いに答え $\boxed{\text{ア}}$ - $\boxed{\text{カキ}}$ に当てはまる数値をマークせよ．

なお解答欄が分数の問題は，必ず約分をして答えなさい．1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ と答えよ．

問1 まず第2段階において企業 A の限界費用を c とおき，クールノー競争の結果を計算して c の式で表してみよう．このとき企業 A のクールノー競争の生産量は

$$25 - \frac{\boxed{\text{ア}}\,2}{\boxed{\text{イ}}\,3}c$$

であり，企業 A のクールノー競争の利益は

$$625 - \frac{100}{3}c + \frac{\boxed{\text{ウ}}\,4}{\boxed{\text{エ}}\,9}c^2$$

である．

問2 ゲームの解では，企業 A の投資量は $z = \boxed{\text{オ}}$ 6 となる．このときクールノー競争における価格は $p = \boxed{\text{カキ}}$ 33 である．

・企業Aが z を投資した時，限界費用は $c = 30 - z$ である
企業Aの総利益を π_A とすると，企業Aは第2段階でクールノー競争が起きることを先読みし，

$\pi_A = \left(625 - \frac{100}{3}c + \frac{4}{9}c^2\right) - z^2$ となる．

計算すると $\pi_A = 625 - \frac{100}{3}(30-z) + \frac{4}{9}(30-z)^2 - z^2 = 25 + \frac{20}{3}z - \frac{5}{9}z^2$

Aはこれを最大にする $\frac{d\pi_A}{dz} = 0 \rightarrow \frac{20}{3} - \frac{10}{9}z = 0 \quad z = \frac{20}{3} \times \frac{9}{10} = 6 \quad z = 6$

この時 各企業の生産量は

$x_A^* = 9 \quad x_B^* = 3 \qquad p^* = 45 - (9+3) = 45 - 12 = 33$