

第 1 回宿題

(GRIPS 2023 年度講義)

問題 1.1

問 1. 各飲料水メーカーは夏に向けて、新製品の発売を開始した。夏場はお茶の需要が伸びることもあり、各社は新製品の中でもお茶の販売に力を入れている。6月になり、キリン日パレージ (KB) は「極烏」を、コカコーラ社 (CC) は「七色亜茶」を発売した。

売り上げを伸ばすために、両社は新宿アルタ前および渋谷スクランブル交差点前の大型ハイビジョンで CM を流すことにした。ただし各社予算の関係上、どちらか 1ヶ所のみでしか CM は流すことはできない。新宿で宣伝を行った場合、飲料の売り上げは合計で 3,000 本増加し、渋谷で宣伝を行った場合は飲料の売り上げが合計で 2,400 本増加する。両社が異なる場所で宣伝を行った場合は増加した売り上げはすべて獲得できる。同じ場所で宣伝を行った場合は、増加した売り上げを 2社が分け合うこととなるが、このとき KB が CC の 2 倍の売り上げとなる。両社はそれぞれどこで宣伝を実施すべきであるか。増加した売上本数を利得として考えよ。

図 1.1 の利得行列の a から g までに数値を埋め、利得行列を完成させよ。

	CC	新宿	渋谷
KB			
新宿		(a , b)	(e , f)
渋谷		(c , d)	(g , h)

図 1.1: 飲料水メーカーの新製品広告

問 2. 2006 年 6 月 1 日から改正道路交通法が施行され、駐車違反の取締りを民間委託できるようになった。私はこの委託先である株式会社で駐車違反の民間監視員をしている。担当区間は六本木交差点 - 乃木坂交差点区間 (以下 A 区間) と六本木 4 丁目交差点 - 六本木 6 丁目交差点区間 (以下 B 区間) である。

ある日、いつも 9:00 頃に赤いオープンカーが私の担当区間のどちらかに必ず路上駐車しているのに気づいた。昨日などは駐車違反のステッカーを貼る直前にドライバーの男が戻ってきて、あと一歩で駐車違反を取り締まることができなかった。

さて現在 8:45。いつものように赤いオープンカーが私の担当区間のどこかに路上駐車する頃だ。今日はどちらの区間から取締りに行こうか? 今日こそ取り締まってやる! 利得は以下の通り。私が駐車違反の取締りに成功すれば、私は 1, オープンカーの男は -1, 私が駐車違反の取締りに失敗すれば、私は -1, オープンカーの男は +1。

このとき図 1.2 の利得行列の a から g までに数値を埋め、利得行列を完成させよ。(kibaco 入力時に - (マイナス) は半角で入力してください)

問 3. ある市で、市議会議員選挙と市長選挙が同時に行われる。市議の経験が長く地元の有力者である A 氏と B 氏は、今回の選挙で市議に立候補するか、市長に立候補するかで悩んでい

オープンカーの男 私	A 区間	B 区間
A 区間	(a, b)	(e, f)
B 区間	(c, d)	(g, h)

図 1.2: 交通違反取締り

る。A 氏と B 氏は市議に立候補すれば、相手が市長としぎのどちらに立候補したかに関わらず確実に市議には当選できる。また A 氏と B 氏の一方だけが市長に立候補し、一方が市議に立候補すれば、市長に立候補した方は確実に市長になれることが分かっている。しかし両氏が市長に立候補した場合は、票を取り合い落選する（同日選挙なので、当然市議にもなれない）。両氏は市議に立候補すべきか、市長に立候補すべきか。

2 人は、市長になることを一番好み、次に市議になることを好んでいる。落選しどちらにもなれないことを最悪に考えている。利得は、市長になることを 2、市議になることを 1、落選することを 0 として考える。

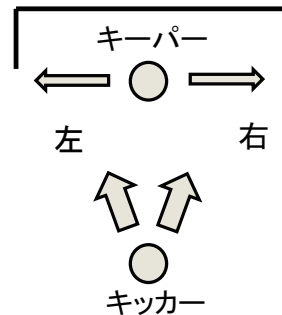
図 1.3 の利得行列の a から g までに数値を埋め、利得行列を完成させよ。

	B 氏	市長	市議
A 氏			
市長		(a, b)	(e, f)
市議		(c, d)	(g, h)

図 1.3: 市議か市長か。立候補のジレンマ

問 4. サッカーの PK 戦の問題を考えよう（右図）。

キッカーは（自分から見て）ボールを右か左のどちらかに蹴るものとし、キーパーは（キッカーから見て）右か左に飛んでゴール阻止とする。キッカーとキーパーが違う方向に飛べばゴールの成功率は高くなり、同じ方向に飛べば成功率は低くなる。キッカーは右に蹴る方が得意であり、右のほうが成功率が高い。



ここで

- キッカーが右に蹴ったとき、キーパーが左に飛べばゴールの成功率は 90%、キーパーが右に飛べば 50%である。
- キッカーが左に蹴ったとき、キーパーが右に飛べばゴールの成功率 60%、キーパーが左に飛べば 30%である。ゴールの成功率をキッカーの利得とし、失敗率（1 から成功率を引

いた値) をキーパーの利得と考える。なお利得は小数で答えよ (80%⇒0.8, 75%⇒0.25. ちなみにパーセントで利得を考えても問題は正しく解けるが, ここでは解答を統一するため).

図 1.4 の利得行列の a から g までに数値を埋め, 利得行列を完成させよ.

キーパー キッカー	右	左
右	(a, b)	(e, f)
左	(c, d)	(g, h)

図 1.4: PK 戦: 右か? 左か?

1 \ 2	L	R
U	(3, 2)	(2, 6)
D	(3, 3)	(3, 5)

1 \ 2	L	M	R
U	(6, 1)	(2, 3)	(3, 3)
D	(5, 0)	(-1, 2)	(1, 4)

図 1.5: 2 人ゲームの弱支配戦略

問題 1.2

図 1.5 は 2 人ゲームの利得行列である。各ゲームの各プレイヤーに弱支配戦略はあるか。ある場合は (各プレイヤーごとに) その戦略を答え、ない場合は「なし」と答えよ。なお、支配戦略は弱支配戦略と考える。

1 \ 2	L	R
U	(1, 2)	(1, 2)
D	(0, 2)	(2, 0)

1 \ 2	L	R
A	(0, 1)	(1, 0)
B	(1, 1)	(2, 0)
C	(1, 1)	(0, 0)

1 \ 2	L	M	R
A	(2, 1)	(4, 1)	(-1, 0)
B	(1, 1)	(2, 0)	(0, 1)
C	(5, 1)	(3, 0)	(1, 1)

図 1.6: 戦略の支配

問題 1.3

図 1.6 の各ゲームについて、次の問いに答えなさい (確率を用いる混合戦略は考えない)。

- 問 1 各ゲームの各プレイヤーに支配戦略はあるか。ある場合は (各プレイヤーごとに) その戦略を答え、ない場合は「なし」と答えよ。
- 問 2 各ゲームの各プレイヤーに弱支配戦略はあるか。ある場合は (各プレイヤーごとに) その戦略を答え、ない場合は「なし」と答えよ。
- 問 3 各ゲームの各プレイヤーに支配された戦略はあるか。ある場合は (各プレイヤーごとに) その戦略を答え、ない場合は「なし」と答えよ。

注意：ここで「支配された戦略」という用語は、テキストによっては「弱支配された戦略」と呼ぶ場合もあります。そのときは「弱支配された戦略」と読み替えてください。その場合、強支配された戦略は、弱支配された戦略でもあるので、ここでは支配された戦略とみなされます。

問題 1.4

以下の問題について、各プレイヤーの支配戦略を答えよ。なお、問1から問3までは支配戦略がない場合もある。その場合にはなしと答えよ。

- 問1 アリスと文太は、ショッピングに行く(戦略S)か、座禅に行く(前略Z)に行くかを同時に別々に決める。アリスは座禅に行くと利得2、ショッピングに行くと利得0であり、文太と同じ戦略を選べばさらに利得が1増加する。文太は座禅に行くと利得0、ショッピングに行くと利得1であり、アリスと同じ戦略を選ぶと利得が2増加する。
- 問2 アリスと文太は、ショッピングに行く(戦略S)か、座禅に行く(前略Z)に行くかを同時に宣言する。2人の意見が一致すると、その場所へ2人で行くことになる。意見が異なると、アリスが行きたい場所へ2人で行くことになる。アリスは座禅に行くと利得1、ショッピングに行くと利得0。文太は座禅に行くと利得0、ショッピングに行くと利得1。(注：文太にとっては、アリスが何を選んでも、アリスの行きたい場所に行くことになるため、文太にとってSもZも同じ利得になる。支配戦略は、他の戦略より高い利得を与えなければならないので、他の戦略と同じ利得を与えるならば支配戦略とは言わない。)
- 問3 2人のゲームで、各プレイヤーは1万円を出すか、出さないかを決める。どちらかがお金を出した場合は、各プレイヤーに3万円が配分される(1人出しても、2人出しても同じ3万円)。どちらもお金を出さない場合は、何も配分されない。各プレイヤーの利得は配分されたお金から、自分が出したお金を引いた金額とする。
- 問4 0万円から9万円までのお金を10人で出し合う。各プレイヤーが出したお金の合計が9倍され、それが均等に10人に配分される。各プレイヤーの利得は配分されたお金から、自分が出したお金を引いた金額とする。
- 問5 上記において、各プレイヤーが出したお金の合計が12倍され、それが均等に10人に配分される場合はどうか。