

第3回宿題

(GRIPS 2023 年度講義)

問題 3.1

[独占とクールノー競争] 逆需要関数が $p = 132 - 2x$ (x は生産量で, p は価格を表す) で与えられる財の市場が1企業の独占市場であるとする.

企業が財を x だけ生産するための費用 C は $C = 24x$ で与えられるものとする. 次の問いに答えなさい.

- 問1 企業の限界費用はいくらか.
- 問2 この独占市場における財の生産量を求めなさい.
- 問3 この独占市場における財の価格を求めなさい.
- 問4 この独占市場における企業の利潤はいくらか.

次に逆需要関数が上記と同じ $p = 132 - 2x$ (x は市場の合計の生産量で, p は価格を表す) で表される市場が, 2つの企業 A,B の複占市場であり, クールノー競争をしているものとする. 企業 A と B の限界費用は, 企業 A が 24 で企業 B が 30 であるとする.

- 問5 企業 A のクールノー均衡における生産量を求めなさい.
- 問6 クールノー均衡における財の価格を求めなさい.
- 問7 企業 A のクールノー均衡における利潤はいくらか.

問題 3.2

市場全体の財の生産量を x , 財の価格を p とし逆需要関数が

$$p = 42 - x$$

で与えら市場に対して, 独占, および同一財を供給する2企業の複占市場のクールノー競争を考える. 以下の問いに答えよ.

- 問1 ある企業が独占的に財を生産し販売するとする. 限界費用が6のとき, この企業の利潤を最大にする生産量と企業の利潤を答えよ.
- 問2 企業1と企業2からなる複占市場を考える. 企業が財を生産する限界費用は, 企業1が6, 企業2は9であるとする. 両企業が同時に生産量を選ぶクールノー競争において, 企業1の生産量, 企業2の利潤, 財の価格がいくつになるか答えよ.

問題 3.3

図 3.1 のゲームには, 純粋戦略のナッシュ均衡 (確率を用いないナッシュ均衡) は存在せず, 混合戦略を用いたナッシュ均衡が1つだけある. その混合戦略のナッシュ均衡を求めよ.

問1 プレイヤー1が U と D を選ぶ確率.

問2 プレイヤー2が L と R を選ぶ確率.

		2	
		L	R
1	U	(1, 3)	(3, 2)
	D	(5, 1)	(2, 4)

図 3.1: 混合戦略のナッシュ均衡を求めよ

問題 3.4

サッカーのPK戦において、キッカーが右と左のどちらにボールを蹴るべきか、キーパーが右と左のどちらに飛ぶべきか、という問題を考える。ここで右と左は、共にキッカーから見た方向を指している。

このキッカーは右に蹴るほうが得意であるとし、キッカーがどちらに蹴っても、キッカーとキーパーの異なる方向を選ぶ方が、同じ方向を選ぶよりゴールの成功率は高いとする。

ここで

- キッカーが右、キーパーも右を選ぶと、PKの成功率は0.6
- キッカーが右、キーパーが左を選ぶと、PKの成功率は0.8
- キッカーが左、キーパーも左を選ぶと、PKの成功率は0.4
- キッカーが左、キーパーが右を選ぶと、PKの成功率は0.7

とする。キッカーの利得をPKの成功率、キーパーの利得はPKの失敗率（1から成功率を引いたもの）とするとき、混合戦略のナッシュ均衡を求めなさい。

問題 3.5

図 3.2 のゲームについて、次の問いに答えよ。

問1 プレイヤー2が L を $1/3$ 、 R を $2/3$ で選ぶとする。このとき、プレイヤー1が U を選んだときのプレイヤー1の期待利得は $[a]$ 、プレイヤー1が D を選んだときのプレイヤー1の期待利得は $[b]$ である。プレイヤー1が U を $1/2$ 、 D を $1/2$ で選んだとき（混合戦略）のプレイヤー1の期待利得は $[c]$ である。

問2 このゲームには混合戦略のナッシュ均衡が1つだけある。そのナッシュ均衡では、プレイヤー1が U を $[d]/[e]$ 、プレイヤー2が L を $[f]/[g]$ で選ぶ。

問3 プレイヤー2がナッシュ均衡を選ぶとする。プレイヤー1が U を選んだときのプレイヤー1の期待利得は $[h]$ 、プレイヤー1が D を選んだときのプレイヤー1の期待利得

は $[i]$ である。プレイヤー1がナッシュ均衡の戦略を選んだとき、プレイヤー1の期待利得は $[j]$ である。

		2	
		L	R
1	U	(0, 6)	(6, 2)
	D	(6, 0)	(0, 8)

図 3.2: ナッシュ均衡は混合戦略のが1つ

問題 3.6

カニとネコがじゃんけんをする。カニはチョキとグーのどちらかを出し、ネコはパーとグーのどちらかを出す。互いにグーを出すとあいこで利得が0。チョキとグーだとグーの勝ち、パーとグーだとパーの勝ち、チョキとパーだとチョキの勝ち（普通のじゃんけんと同じ）。勝ったほうの利得が1，負けたほうの利得が-1である。

- 問1 このゲームのナッシュ均衡では、カニがグーを $[\quad]/[\quad]$ で選択し、ネコがパーを $[\quad]/[\quad]$ で選択する。
- 問2 ナッシュ均衡でのカニの期待利得は $[\quad]/[\quad]$ ，ネコの期待利得は $[\quad]/[\quad]$ である。負の数になる場合は、分子にマイナスをつけて答えよ。
- 問3 カニの勝つ確率は $[\quad]/[\quad]$ である。