

## 第4回宿題

(GRIPS 2023 年度講義)

### 問題 4.1

次のゲーム 1, 2, 3 を表す展開形ゲームはどれか, 図 4.1 のゲーム A からゲーム D の中から, 当てはまるものをすべて選びなさい.

**ゲーム1** プレイヤー1が A か B を選び, プレイヤー2はそれを知って C か D を選ぶ.

**ゲーム2** プレイヤー1が A か B を選び, プレイヤー2はそれを知らないで, C か D を選ぶ.  
(引っかけやすいので注意しましょう, プレイヤー1が先に選ぶとは言っていません.)

**ゲーム3** プレイヤー1は A か B を, プレイヤー2は C か D を同時に選ぶ.

情報集合の上の数字は, その情報集合で行動するプレイヤーを示す

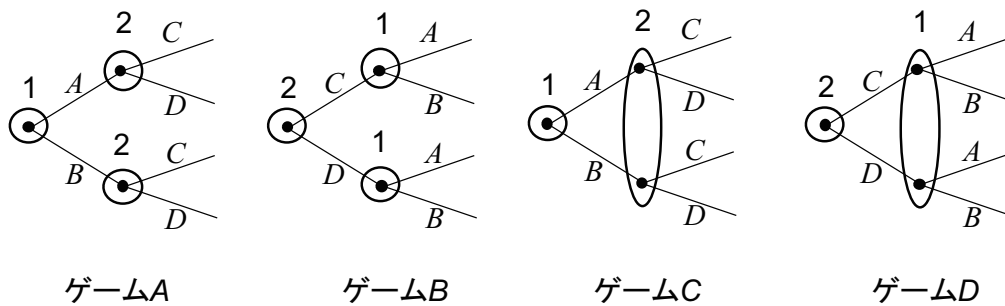
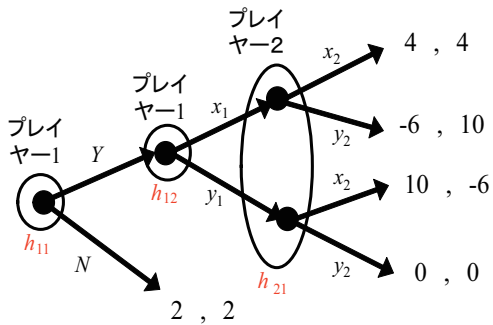


図 4.1: 4つの展開形ゲーム

### 問題 4.2

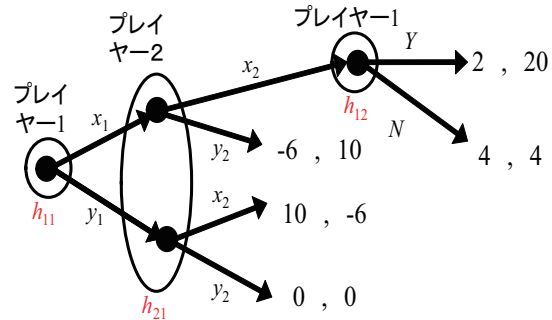
図 4.2 の2つの展開形ゲームを, 戦略形ゲームに変換すると, 図 4.3 のような利得行列になる. このとき, 空欄の a から h までの利得を答えよ.

ゲーム 1



- プレイヤー1は、 $h_{11}$ と $h_{12}$ で選ぶ戦略をカッコに並べて書くものとする。
- 例えば、 $h_{11}$ でY、 $h_{12}$ で $x_1$ を選ぶ戦略は $(Y, x_1)$

ゲーム 2



- プレイヤー1は、 $h_{11}$ と $h_{12}$ で選ぶ戦略をカッコに並べて書くものとする。
- 例えば、 $h_{11}$ で $x_1$ 、 $h_{12}$ でYを選ぶ戦略は $(x_1, Y)$

図 4.2: 展開形ゲーム

ゲーム 1

	2		
1	$x_2$	$y_2$	
$(Y, x_1)$	( a , b )	( c , d )	
$(Y, y_1)$	( 10 , -6 )	( e , f )	
$(N, x_1)$	( g , h )	( 2 , 2 )	
$(N, y_1)$	( 2 , 2 )	( 2 , 2 )	

ゲーム 2

	2		
1	$x_2$	$y_2$	
$(x_1, Y)$	( 2 , 20 )	( -6 , 10 )	
$(x_1, N)$	( a , b )	( c , d )	
$(y_1, Y)$	( e , f )	( g , h )	
$(y_1, N)$	( 10 , -6 )	( 0 , 0 )	

図 4.3: 戦略形ゲーム

問題 4.3

図 4.4 のゲーム 1 とゲーム 2 は、上が展開形ゲームで、下はそれを戦略形ゲームに変換したものである。アルファベットに当てはまる利得を答えなさい。なお、戦略形ゲームのプレイヤー  $i$  の戦略は、 $h_{ij}$  で選ぶ行動を  $j$  が小さい順番に (かっこをつけず) 並べて表しており、例えばゲーム 1 の  $AL$  は  $h_{21}$  で  $A$ ,  $h_{22}$  で  $L$  を選ぶことを表している。ゲーム 1 ではプレイヤー 2 からゲームが始まることに気をつけなさい。

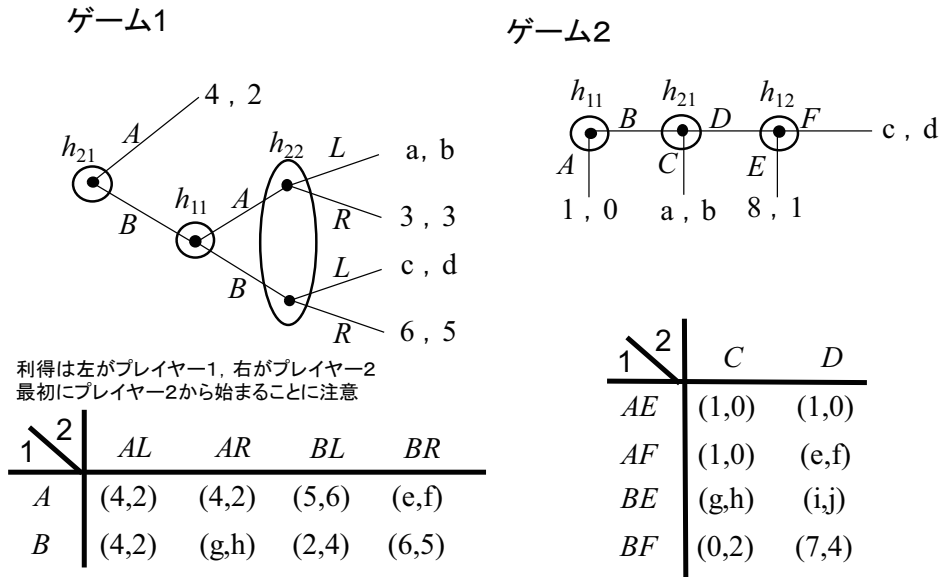


図 4.4: 展開形ゲームと戦略形ゲーム

問題 4.4

図 4.5 に示されている 4 つの展開形ゲームについて、それぞれナッシュ均衡と部分ゲーム完全均衡を求めよ。ただし、ここで情報集合  $h_{ij}$  はプレイヤー  $i$  の  $j$  番目の情報集合を表しており、利得は左にプレイヤー 1, 右にプレイヤー 2 の利得が与えられている。

解答はゲーム 1 - ゲーム 3 は表 4.1 から、ゲーム 4 は表 4.2 から、当てはまるものを、すべて選びなさい。

	選択枝	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)	(H)
プレイヤー 1	$h_{11}$	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N
	$h_{12}$	A	A	B	B	A	A	B	B
プレイヤー 2	$h_{21}$	C	D	C	D	C	D	C	D

表 4.1: ゲーム 1 - ゲーム 3 の選択枝

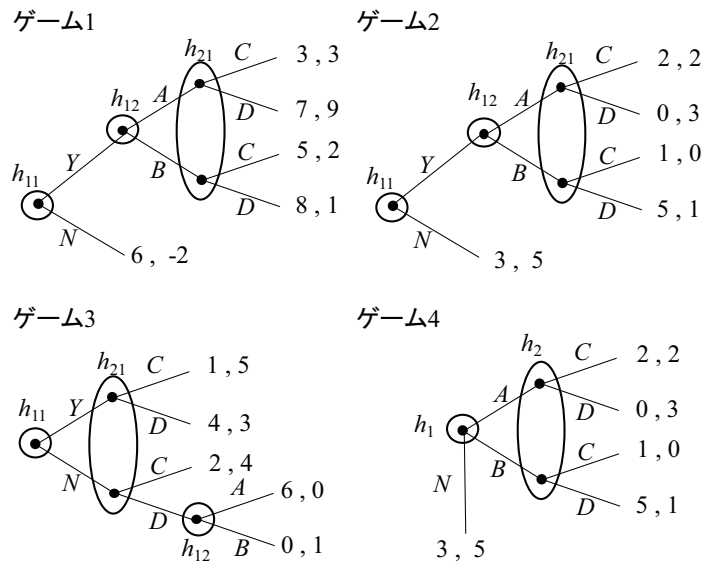


図 4.5: 部分ゲーム完全均衡を求めよ

選択枝		(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)
プレイヤー 1	$h_1$	$N$	$N$	$A$	$A$	$B$	$B$
プレイヤー 2	$h_2$	$C$	$D$	$C$	$D$	$C$	$D$

表 4.2: ゲーム 4 の選択枝

問題 4.5

図 4.6 に示されている展開形ゲームは 3 人のゲームである。各問いの答に当てはまる戦略の組を、下記の選択肢から**すべて**選びなさい。混合戦略は考えなくて良い。

- 問 1 部分ゲーム完全均衡を求めよ。
- 問 2 戦略形ゲームに変換し、ナッシュ均衡を求めよ。
- 問 3 その戦略形ゲームの支配されないナッシュ均衡を求めよ。

ここで情報集合  $h_i$  はプレイヤー  $i$  の情報集合を表す、すなわち情報集合  $h_i$  ではプレイヤー  $i$  がプレイをする。利得は左からプレイヤー 1, 2, 3 の順に与えられている。解答も、プレイヤー 1, 2, 3 の選択が左から順にカッコに並べたものである。

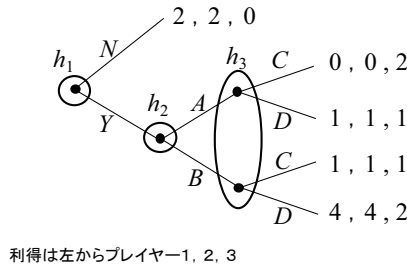


図 4.6: 戦略形ゲームに変換しナッシュ均衡を求めよ

- (A)  $(N, A, C)$  (B)  $(N, A, D)$  (C)  $(N, B, C)$  (D)  $(N, B, D)$
- (E)  $(Y, A, C)$  (F)  $(Y, A, D)$  (G)  $(Y, B, C)$  (H)  $(Y, B, D)$

問題 4.6

新サービス××の市場は、現在は既存企業 I(Incumbent) が独占しているが、ここに新規企業 E(Entrant) が参入を考えている。新規企業がこの市場に参入した場合に、既存企業も新規企業もサービスの提供価格を、現状のまま維持して競争するか、低価格戦略で相手からシェアを奪うかの選択を迫られる。このゲームを分析してみよう。

新規企業は、まずこの市場に「参入する」か「参入しない」かを選ぶ。参入しない場合は新規企業の利益は 0 とし、既存企業は現在の 6 億円の利益を確保できる（それでゲームは終わり）。もし新規企業が参入した場合は、それを知った既存企業と新規企業が同時にサービスを「価格維持」するか、「低価格」戦略を取るかを定める。各企業が選んだ行動によって、各企業の利益は以下のように決まる。

- もし両者が「価格維持」を選んだ場合、新規企業は利益が 1 億円、既存企業は 2 億円になる。

- 既存企業が「価格維持」を選び、新規企業が「低価格」を選んだ場合は、新規企業がシェアを広げ、新規企業の利益は4億円、既存企業の利益は-2億円となる。
- 逆に既存企業が「低価格」を選び、新規企業が「価格維持」を選んだ場合は、新規企業のシェアは小さく新規企業の利益は-3億円、既存企業の利益は5億円となる。
- 両企業が「低価格」を選んだ場合は、新規企業の利益は $x$ 億円、既存企業は利益が1億円となる。

次の問いに答えなさい。

- 問1** 利得行列とゲームの木を合わせたような図4.7を書いて、このゲームを表現した。 $a$ から $h$ までの利得を埋めて、図を完成せよ。左側がE、右側がIの利得として表せ。なお図では、参入後に両者が低価格戦略を選んだときの利得は、既に $(x, 1)$ として埋められている。
- 問2**  $x = 1, x = -1, x = -4$ の時、このゲームの解はどうか。Eが参入しない場合も、もし参入した場合に両企業がどのような行動を取るかも書いて下さい。
- 問3**  $x$ の値がいくら以上だと新規企業は市場に参入するか？(注：参入することとしないことが同じ利得の場合も、部分ゲーム完全均衡になるので参入すると考える。)

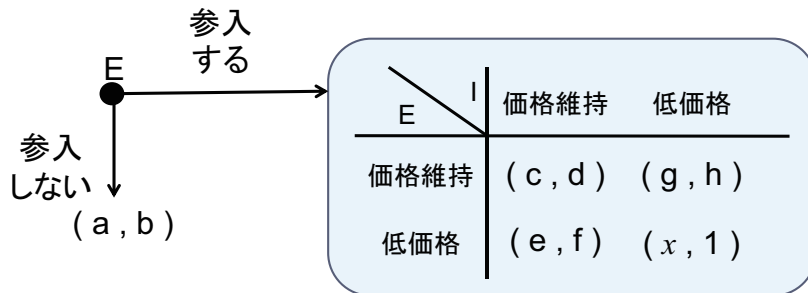


図 4.7: 新規参入と価格競争のゲーム

**問題 4.7**

次の2つのゲームの部分ゲーム完全均衡を求めよ。ただし混合戦略は考えない。ゲーム1は部分ゲーム完全均衡をすべて求め、ゲーム2では、部分ゲーム完全均衡として当てはまるものを選択肢の中からすべて選びなさい（すべての戦略の組や部分ゲーム完全均衡が選択肢に列挙されているとは限らない）。

**ゲーム1**： プレイヤー1が $N$ を選ぶとゲームは終わり、4万円を半分ずつ分ける。 $Y$ を選ぶと6万円を交渉で取り合う。具体的には以下のようなゲームになる。

**第1段階**： プレイヤー1は $Y$ か $N$ を選ぶ。

- $N$  を選ぶとゲームは終わり，2人の利得は2
- $Y$  を選ぶと第2段階のゲームに入る

**第2段階：** プレイヤー1とプレイヤー2が，同時に  $C$ (妥協) か  $D$ (強硬) を選ぶ。

- 両プレイヤーが  $C$  を選ぶと2人の利得は3
- 一方が  $C$ ，もう一方が  $D$  を選ぶと， $C$  を選んだ方の利得は1， $D$  を選んだ方の利得は5
- 両プレイヤーが  $D$  を選ぶと2人の利得は0

プレイヤー1の戦略は，第1段階と第2段階で選ぶものを続けて書くことにする．例えば  $YC$  は第1段階で  $Y$ ，第2段階で  $C$  を選ぶことを表す．また戦略の組は，プレイヤー1，プレイヤー2の順に並べて書く．例えば  $(YC, D)$  はプレイヤー1が  $YC$  をプレイヤー2が  $D$  を選んでいることを表す．

ゲーム1の選択肢

- A.  $(NC, C)$  B.  $(NC, D)$  C.  $(ND, C)$  D.  $(ND, D)$   
 E.  $(YC, C)$  F.  $(YC, D)$  G.  $(YD, C)$  H.  $(YD, D)$

**ゲーム2：** プレイヤー1と2の2段階のゲーム

**第1段階：** プレイヤー1と2は同時に  $A$  か  $B$  を選ぶ．2人が同じものを選ぶとゲームが続き，異なるものを選ぶとゲームは終わる．

- 一方が  $A$ ，もう一方が  $B$  を選ぶと2人の利得は3でゲームは終わり．
- 両プレイヤーが  $A$  を選ぶと第2段階 (A) のゲームに入る．
- 両プレイヤーが  $B$  を選ぶと第2段階 (B) のゲームに入る．

**第2段階 (A)：** プレイヤー1とプレイヤー2が，同時に  $C$  か  $D$  を選ぶ．

- 両プレイヤーが  $C$  を選ぶと2人の利得は3
- 一方が  $C$ ，もう一方が  $D$  を選ぶと， $C$  を選んだ方の利得は1， $D$  を選んだ方の利得は5
- 両プレイヤーが  $D$  を選ぶと2人の利得は2

**第2段階 (B)：** プレイヤー1とプレイヤー2が，同時に  $E$  か  $F$  を選ぶ．

- 両プレイヤーが  $E$  を選ぶと2人の利得は3
- 一方が  $E$ ，もう一方が  $F$  を選ぶと， $E$  を選んだ方の利得は1， $F$  を選んだ方の利得は5
- 両プレイヤーが  $F$  を選ぶと2人の利得は0

ここでプレイヤーの戦略は，第1段階，第2段階 (A)，第2段階 (B) で選ぶものを順番に書くことにする．例えば  $ACE$  は第1段階で  $A$ ，第2段階 (A) で  $C$ ，第2段階 (B) で  $E$  を

を選ぶことを表す。戦略の組は、プレイヤー1、プレイヤー2の順に並べて書く。例えば  $(ACE, BDF)$  はプレイヤー1が  $ACE$  をプレイヤー2が  $BDF$  を選んでいることを表す。

ゲーム2の選択肢

- A.  $(ACE, ACE)$  B.  $(ADE, BDF)$  C.  $(ADF, ADE)$  D.  $(ADF, ADF)$   
E.  $(ACF, BDF)$  F.  $(BCE, ACE)$  G.  $(BDE, BDF)$  H.  $(BDF, ADE)$   
I.  $(BDF, ADF)$  J.  $(BCF, BCF)$