

## 第18回宿題

- 提出課題を解き kibaco に答を入力して下さい。
- 自習課題は提出する必要はありません。理解を深めるために自習しましょう。

### 提出課題 18.1

交渉ゲームにおいて、ここまで後手は「承諾する場合と拒否する場合で利得が同じときは拒否する」と考えてきたが、ここでは承諾すると考え、多段階の交渉問題を考察する。(計算が簡単になる)。ここでは、プレイヤー1とプレイヤー2が100万円を分ける交渉ゲームを考える。以下の問いに答えなさい。(kibacoには、各問題でkibacoが尋ねている部分だけ入力せよ。)

まず1段階の最後通牒ゲームを考える。プレイヤー1が、自分の取り分  $x$  を提案し、プレイヤー2は承諾か拒否を選ぶ。承諾した場合は、プレイヤー1の配分は  $x$ 、プレイヤー2の配分は  $100 - x$  であり、その配分が利得となる。拒否した場合は双方0であるとする。その配分が利得となる。

問1 この問題のゲームの解をバックワードインダクションで求める。

- (1) 最終プレイヤーであるプレイヤー2は、 $x$  がいくら以下だと承諾(いくらを超えると拒否)するか。
- (2) プレイヤー1が提案する  $x$  はいくつか。またプレイヤー2はそれを承諾するか、拒否するか。
- (3) 結果的にゲームの解では、プレイヤー1とプレイヤー2の利得はいくらになるか。

次に2段階の交渉ゲームを考える。第1段階では、プレイヤー2が自分の取り分  $y$  を提案し、プレイヤー1は承諾か拒否を選ぶ。承諾した場合は、プレイヤー2の配分は  $y$ 、プレイヤー1の配分は  $100 - y$  である。拒否した場合は第2段階へ移る。第2段階では、プレイヤー1が、自分の取り分  $x$  を提案し、プレイヤー2は承諾か拒否を選ぶ。承諾した場合は、プレイヤー1の配分は  $x$ 、プレイヤー2の配分は  $100 - x$  であり、拒否した場合は双方0であるとする。交渉が1段階遅れると、配分を割引因子  $D$  で割引かれた値が利得になると考える(配分と利得という言葉を区別する)。このゲームの解を求めたい。

問2 まず  $D = 0.8$  として考えてみよう。

- (1) 第2段階での結果は問題1と同じになることに注意し、バックワードインダクションで解く。まず第1段階でプレイヤー1が提案を「拒否」した場合を考える。このとき、第2段階でのゲームの解は問題1と同じになることから、プレイヤー1とプレイヤー2の(第1段階の価値に割引いた)利得は、それぞれいくらになるか。
- (2) このことから第1段階において、プレイヤー1は**自分の配分**がいくつ以上の提案を承諾し、いくつ未満の提案を拒否するか。またそれは  $y$  で考えると、 $y$  がいくら以下であれば承諾することになるか？
- (3) このことから第1段階でプレイヤー2が提案する  $y$  はいくらか。プレイヤー1は承諾と拒否のどちらを選ぶか。
- (4) ゲームの解では結果的に第1段階で交渉が決着することが分かる。プレイヤー1と2の配分はどのようなようになるか。

問3 一般の  $D$  で2段階交渉ゲームを考えてみよう。

- (1) もし第1段階でプレイヤー1が提案を「拒否」した場合、プレイヤー1とプレイヤー2の(第1段階の価値に割引いた)利得は、それぞれいくらになるか。
- (2) このことから第1段階において、プレイヤー1は**自分の配分**がいくつ以上の提案を承諾し、いくつ未満の提案を拒否するか。またそれは $y$ で考えると、 $y$ がいくら以下であれば承諾することになるか?
- (3) 第1段階でプレイヤー2が提案する $y$ はいくらか。プレイヤー1は承諾と拒否のどちらを選ぶか。
- (4) ゲームの解では結果的に第1段階で交渉が決着することが分かる。プレイヤー1と2の配分は、それぞれどのようなようになるか。

次に3段階の交渉ゲームを考える。第1段階では、**プレイヤー1**が自分の取り分 $z$ を提案し、プレイヤー2は承諾か拒否を選ぶ。拒否した場合は第2段階へ移る。第2段階では、プレイヤー2が自分の取り分 $y$ を提案し、プレイヤー1は承諾か拒否を選ぶ。拒否した場合は第3段階へ移る。第3段階では、プレイヤー1が、自分の取り分 $x$ を提案し、プレイヤー2は承諾か拒否を選ぶ。拒否した場合は双方0であるとする。交渉が1段階遅れると配分は割引因子 $D$ で割り引かれた値が利得になる。

**問4** 第2段階以降の結果は問3と同じになることに注意し、バックワードインダクションで解いてみよう。

- (1) もし第1段階でプレイヤー2が提案を「拒否」した場合、ゲームの解において(第2段階以降の結果は問題3と同じになることから)、プレイヤー1とプレイヤー2の利得(第1段階の価値に割引いたもの)は、それぞれいくらになるか。
- (2) このことから第1段階において、プレイヤー2は**自分の配分**がいくつ以上の提案を承諾し、いくつ未満の提案を拒否するか。またそれは $z$ で考えると、 $z$ がいくら以下であれば承諾することになるか?
- (3) 第1段階でプレイヤー1が提案する $z$ はいくらか。プレイヤー2は承諾と拒否のどちらを選ぶか。
- (4) ゲームの解はやはり結果的に第1段階で交渉が決着することが分かる。プレイヤー1と2の配分は、それぞれどのようなようになるか。

以下は宿題ではないが興味があれば $n$ 段階交渉ゲームはどうなるか考察し、各プレイヤーの利得(ゲームの解はやはり結果的に第1段階で交渉が決着するので、プレイヤー1と2の第1段階での配分は、そのまま利得となる)はどうなるか求めよ。このとき $n$ が偶数の時と奇数の時で分けて考えなければならない。以下、 $n$ が偶数で問題を考えてみよう。

- (1) この設定では、常にプレイヤー1が最後通牒権を持っているが、その利得は $n$ が大きくなるほど減少することを示せ。
- (2)  $n \rightarrow \infty$ のとき、プレイヤーの利得はどうなるか?