第 5 回宿題

(GRIPS 2023 年度講義)

問題 5.1

2 人のプレイヤーの戦略形ゲームにおいて，プレイヤー 1 にはタイプ A, タイプ B の 2 つのタイプがあるような不完備情報ゲームを考える．**図 5.1** は，この 2 つのタイプに対応する利得行列である．プレイヤー 1 は自分のタイプを知っているが，プレイヤー 2 は相手のタイプが分からず，タイプ A である確率を $\frac{1}{3}$, タイプ B である確率を $\frac{2}{3}$ で推測しているとする．このゲームのベイズナッシュ均衡を求めよ（混合戦略は考えない）.

プレイヤー１がタイプＡのとき

1 \ 2	L	R
U	(0 , 9)	(4 ,12)
D	(3 ,12)	(1 , 0)

プレイヤー１がタイプＢのとき

1 \ 2	L	R
U	(3 , 9)	(0 ,12)
D	(1 , 3)	(2 , 0)

図 5.1: 各タイプに対応する利得行列

問題 5.2

ある病気は 20003 人に 3 人の割合でかかる（計算結果が端数にならないように，20003 という半端な数にしてあります）.

この病気は，ある薬で検査することができる．いま，あなたがこの薬で検査したところ「陽性」のサインが出た．この薬が正しい確率は非常に高く，病気にかかっていないのにも関らず「陽性」のサインが出るのは 0.485% しかない．なお病気にかかっている場合は必ず「陽性」になり,「陽性」にならないことはない．あなたがこの病気にかかっている確率をベイズの定理で求めると $\frac{x}{y}$ となる（約分し x と y に当てはまる整数を求めよ）.

問題 5.3

図 5.2 に書かれたシグナリングゲームは，以下のようなゲームである：

- プレイヤー 1 は, タイプ A と B の 2 つで，その確率は，それぞれ 3/4 と 1/4 である．
- プレイヤー 1 は L か R を選ぶ.
- プレイヤー 2 は，プレイヤー 1 のタイプは分からないが，L と R のどちらを選んだかは分かり，そのもとで U か D を選ぶ．その結果，両プレイヤーの利得が決まる.
- 利得はプレイヤー 1 は左，プレイヤー 2 は右に書かれている.

以下，完全ベイズ均衡を求める．ここで

- プレイヤー 1 の戦略はタイプ A，B が選んだ行動をそれぞれ並べて書くこととし，例えば LR はタイプ A が L，タイプ B は R を選んだ戦略を指す.
- またプレイヤー 2 の戦略はプレイヤー 1 が L と R を選んだときに選ぶ行動をそれぞれ並べて書くこととし，例えば UD は L を選んだときは U，R を選んだときは D を選ぶ戦略を指す.

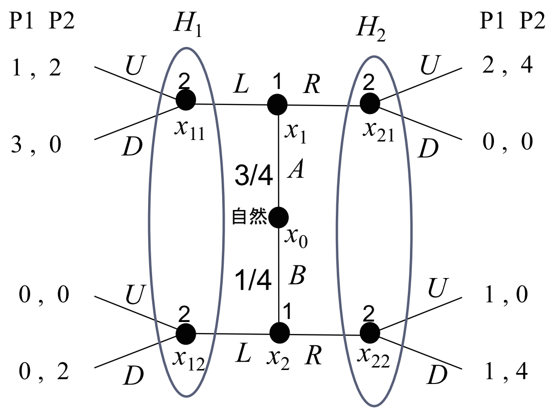

図 5.2: シグナリングゲーム：完全ベイズ均衡を求めよ

このとき純粋戦略のベイズ完全均衡を求めると，以下のような 2 つの均衡が現れる．このときの [a] から [l] までの空欄を埋めよ．空欄には，(1) プレイヤーの行動（L や U など）(2) タイプ (A か B)，(3) 戦略（LR や UD など），(4) 数値，のどれかが入る．kibaco には「半角文字の大文字」か「数値」で入力せよ（全角文字や，小文字では間違いとなる）．なお数値の場合，1 は $\frac{1}{1}$，0 は $\frac{0}{1}$ で答えなさい.

- 均衡の 1 つは分離均衡である．プレイヤー 1 の戦略は [a] で，プレイヤー 2 の戦略は [b] である．プレイヤー 2 の信念は,
  - プレイヤー 1 が L を選んだときは，タイプ A である確率を $\frac{[c]}{[d]}$,
  - プレイヤー 1 が R を選んだときは，タイプ A である確率を $\frac{[e]}{[f]}$

  と推測している.
- 均衡の 1 つは一括均衡である．プレイヤー 1 の戦略は [g] で，プレイヤー 2 の戦略は [h] である．プレイヤー 1 が L を選んだときプレイヤー 2 の信念は，タイプ A である確率を p とすると，p は $\frac{[i]}{[j]}$ 以上，1 以下であれば何でも良い．プレイヤー 1 が R を選んだときプレイヤー 2 の信念は，タイプ A である確率が $\frac{[k]}{[l]}$ である.