

ゲーム理論って何だろう？

東京都立大学 経済経営学部 渡辺隆裕

自己紹介

- ▶ 渡辺隆裕 経済経営学部 教授 61歳
- ▶ 専門分野: ゲーム理論を研究して35年!
- ▶ 担当科目: ゲーム理論、ミクロ経済学概論、入門ミクロ経済学
- ▶ 東工大卒、もとは理系
- ▶ 趣味: スキーと競馬



ゲーム理論の本を
いろいろ書いている



詳しくは左のQRコード、または「ゲーム理論 渡辺」「ナッシュ均衡」「東京の川」で検索

ちょうどいま
日本経済新聞
「やさしい経済学」
で連載中！

ゲーム理論とは？

- ▶ 皆さんの生活での問題、友だちとの関係、学校で起きるトラブル...のような身近なことから
- ▶ 企業の値下げ競争、国どうしの争い、歴史上のできごとまで
- ▶ 人間社会のあらゆる問題を、統一した枠組みで分析できる！それが

ゲーム理論

人間どうし、企業間、国と国との問題は
2人以上のプレイヤーが、ゲームをしていると考える

ノーベル経済学賞とゲーム理論

- ▶ 1994 Nash, Selten, Harsanyi ゲーム理論
- ▶ 1996 Mirrlees, Vickrey 情報の非対称性
- ▶ 2001 Akerlof, Spence 情報の非対称性
- ▶ 2002 Kahneman, Smith 行動経済学, 実験経済学
- ▶ 2005 Aumann, Schelling ゲーム理論
- ▶ 2007 Hurwicz, Maskin, Myerson メカニズムデザイン
- ▶ 2009 Ostrom, Williamson 共有資源の分析, 取引費用
- ▶ 2012 Roth, Shapley マーケットデザイン
- ▶ 2014 Tirole 産業組織論
- ▶ 2016 Hart, Holmström 契約理論
- ▶ 2021 Milgrom オークション理論



あなたにも作れる！ ゲーム理論の「ゲーム」とは？

さっそく、やってみよう！

ゲーム理論の「ゲーム」を作る

▶ ゲーム理論の「ゲーム」は簡単に作れます！

1) ゲーム理論の3要素を決める

プレイヤー、戦略、利得

※利得は後からのほうがいい

2) 同時のゲーム(戦略形ゲーム)か、
交互のゲーム(展開形ゲーム)か、を決める

ここでは、同時のゲーム
(戦略形ゲーム)を考えてみます。



一ノ瀬アリス

簡単なゲーム理論の例を作る

- ▶ (例)「部室がいつも汚い問題」を考える



キャサリン

大吾

1. 同時のゲーム(戦略形ゲーム)にする！
2. ゲーム理論の3要素を考える
 1. プレイヤー ⇒ キャサリンと大吾
 2. 戰略(プレイヤーが選ぶ行動・選択肢)
⇒「掃除する」「帰る」
 3. 利得(プレイヤーの嬉しさ、利益を数値や点数にする)
⇒ここが一番大切！

利得を考える

利得とは？

⇒嬉しさを表す数値や点数と考えよう。



ここでは、以下のように考えて、
順番に3点、2点、1点、0点としてみました

- 自分は帰って、相手が掃除するのが一番得！ ⇒3点
- お互いに掃除するのが、次にいい ⇒2点
- 自分だけ掃除するのは最悪！ ⇒0点
- お互いに帰るのは、1点かな... .

利得行列を作ってみよう

利得行列とは？
 ⇒2人のゲームのプレイヤーと戦略と利得を表にしたものです



		大吾	
		掃除する	帰る
キャサリン	掃除する		
	帰る	2	0
大吾	掃除する		
	帰る	3	1

通常の利得行列

	大吾 キャサリン	掃除する		帰る	
掃除する					
	2	2	0	3	
帰る					
	3	0	1	1	



	大吾 キャサリン	掃除する		帰る	
掃除する		(2 , 2)	(0 , 3)		
		(3 , 0)	(1 , 1)		
帰る					

利得

- 自分は帰って相手は掃除: 3点
- お互に掃除: 2点
- 自分は掃除し、相手は帰る: 0点
- お互に帰る: 1点..

通常の利得行列は左の表のように書く

左はキャサリン
右は大吾
の利得



ゲームを解く

ゲームを解く

- ▶ ゲームの「答」はどうなるんだろう？
- ▶ 2人は掃除をするんだろうか？
- ▶ ゲーム理論では、各プレイヤーは利得が一番高くなるような戦略を選ぶと考える

ゲームの解き方

第1ステップ： 支配戦略を探せ

- 相手がどの戦略を選んでも、自分の利得が1番高くなる戦略が同じとき、その戦略を**支配戦略**と呼ぶ
- 支配戦略があれば、プレイヤーはそれを選ぶ

支配戦略の簡単な例

- アリスと文太は、模擬店で食べ物を買う。
- たこやきと焼きそば、それぞれ、どちらを買う？
- アリスは、たこ焼きが好き、文太は焼きそばが好き
- 自分の好きなものを買えば利得は+2
- さらに相手が自分と違うものを買えば(交換できて)利得はさらに+1

ゲームの答：アリスの立場で考えよう

1. 文太がたこやきを選んだとき

- 焼きそばより、たこやきを買うのがいい！(たこやき2点、焼きそば1点)

2. 文太が焼きそばを選んだとき

- やっぱり、焼きそばより、たこやきを買うのがいい！(たこやき2点、焼きそば1点)

	文太	たこやき	焼きそば
アリス		(2 , 0)	(3 , 1)
	たこやき	(1 , 3)	(0 , 2)

アリスは、たこやきを買うことが**支配戦略**！

同じく、文太は、焼きそばを買うことが**支配戦略**！

結果：

アリスはたこやきを買い
文太は焼きそばを買う

支配戦略を選ぶって当たり前！？

- アリスと文太は、模擬店で食べ物を買う。
- たこやきと焼きそば、それぞれ、どちらを買う？
- アリスは、たこ焼きが好き、文太は焼きそばが好き
- 自分の好きなものを買えば利得は+2
- さらに相手が自分と違うものを買えば(交換できて)利得はさらに+1

	文太	たこやき	やきそば
アリス		(2, 0)	(3, 1)
たこやき		(1, 3)	(0, 2)
やきそば			

ゲームの年 アリスの立場でいう 文太は、たこやきを買うこ
アリスは、たこやきを選んだとき
うのがいい！(たこやき2点、やきそば1点)
アリスがたこやきを選んだとき 文太は、やきそばを
うのがいい！(たこやき2点、やきそば1点)
アリスがやきそばを選んだとき 文太は、たこやきを
うのがいい！(たこやき1点、やきそば2点)
アリスがたこやきを選んだとき 文太は、やきそばを
うのがいい！(たこやき1点、やきそば2点)
アリスがやきそばを選んだとき 文太は、たこやきを
うのがいい！(たこやき1点、やきそば2点)

ちょっと待ってよ！
そんなの当たり前じゃないか！
馬鹿にするのもいい加減にしろ！
何がゲーム理論だ！

結果：

アリスはたこやきを買う
文太はやきそばを買う

支配戦略を選ぶのって、
当たり前なのかな？



ニ子山文太

支配戦略

		大吾	掃除する	帰る	
		キャサリン	掃除する	帰る	
掃除する	掃除する				
	帰る	2	2	0	3
帰る	掃除する				
	帰る	3	0	1	1

利得

- 自分は帰って相手は掃除: 3点
- お互に掃除: 2点
- 自分は掃除し、相手は帰る: 0点
- お互に帰る: 1点..

囚人のジレンマ！

キャサリンの気持ちで考えよう！

- 大吾が「掃除する」とき
 - キャサリンは掃除すると2点、帰ると3点
 - 帰ったほうが利得が高い**
- 大吾が「帰る」とき
 - キャサリンは掃除すると0点、帰ると1点
 - やっぱり**帰ったほうが利得が高い**
- 帰ることがキャサリンの**支配戦略**

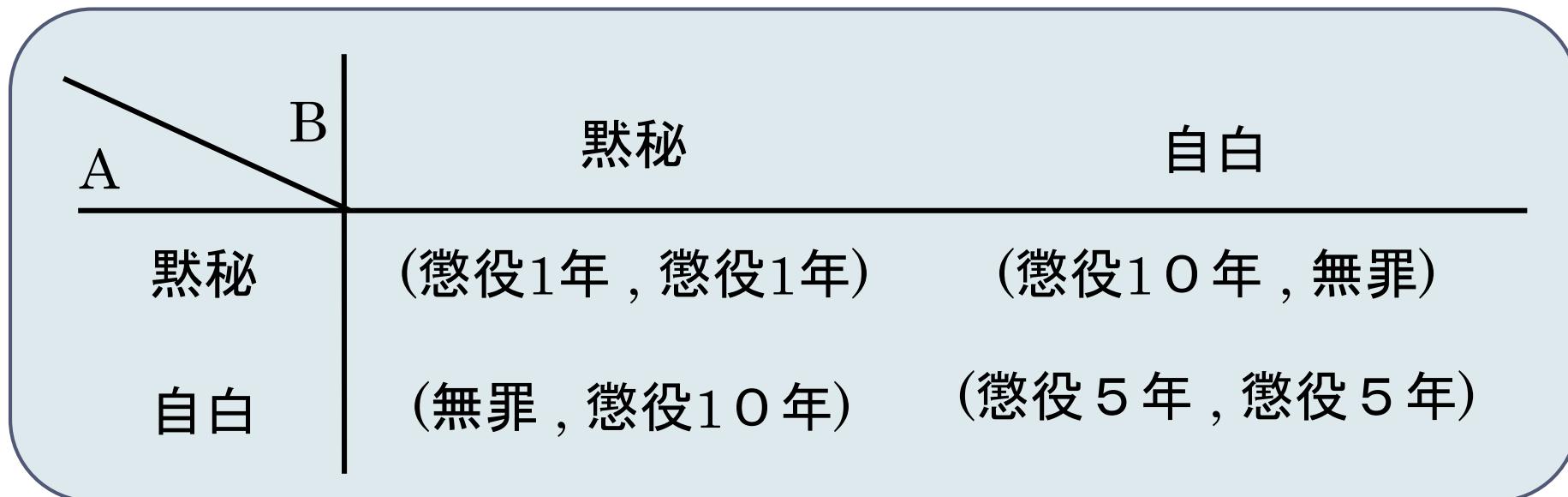
大吾も同じく、「帰ること」が支配戦略

キャサリンも、大吾も2人も「帰る」という結果になる

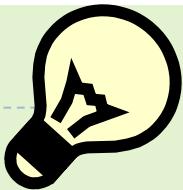
2人で掃除したほうが、
2人の利得は高いのに？！

囚人のジレンマ

- ▶ 数学者タッカー(A.W.Tucker)が作り出した以下のようなストーリー
- ▶ 2人の囚人AとB、重罪を犯している
- ▶ 別件で逮捕、重罪の自白を迫られるが黙秘
- ▶ 司法取引:「おまえだけが自白すれば無罪だ」



実験 囚人のジレンマ



		囚人B パーを出す 黙秘	囚人B グーを出す 自白
囚人A パーを出す 黙秘	囚人A パーを出す 黙秘	囚人A 懲役 1年	囚人B 懲役 1年
	囚人B グーを出す 自白	囚人A 懲役 10年	囚人B 釈放
囚人B グーを出す 自白	囚人A パーを出す 黙秘	囚人A 釈放	囚人B 懲役 10年
	囚人B グーを出す 自白	囚人A 懲役 5年	囚人B 懲役 5年

▶ 実験してみる？

- ▶ パーを出すと黙秘(相手に協力)
- ▶ グーを出すと自白(相手を裏切る)

囚人のジレンマの特徴

囚人のジレンマ：お互いの協力は達成できるか？

どちらのプレイヤーも

▶ 相手が協力するならば

黙秘する⇒協力する
自白する⇒協力しない

▶ 自分は協力するより、協力しない方が良い

▶ 相手が協力しないならば

▶ 自分はやっぱり、協力するより「協力しない方が良い

▶ 相手が何を選んでも、協力しないほうが利得が高くなる

▶ 協力しないことが支配戦略

▶ しかし、両者が協力しないよりは、両者が協力した方が利得が高い

➤ 利己的で合理的なプレイヤーの行動のはず？

➤ 自分の利得が最大になるように行動しているはずなのに

➤ お互いがもっと良くなる行動がある

キャサリンと大吾の囚人のジレンマ

■ 囚人のジレンマの特徴

■ どちらのプレイヤーも

1. 相手が「協力する」ならば →自分は「協力する」より「協力しない」方が良い
2. 相手が「協力しない」ときも →自分は「協力する」より「協力しない」方が良い
3. すなわち「協力しない」ことは支配戦略
4. しかし両方が「協力しない」よりは、両方が「協力した」時の方が利得が高い

		大吾	掃除する	帰る	
		キャサリン	掃除する	帰る	
掃除する	掃除する				
	帰る	2	2	0	3
帰る	掃除する				
	帰る	3	0	1	1

囚人のジレンマの
オリジナルストーリーの
場合

黙秘する⇒協力する
自白する⇒協力しない

部室掃除問題の場合

掃除する⇒協力する
帰る⇒協力しない

囚人のジレンマが重要か？

- ▶ 社会や経済における囚人のジレンマ
 - ▶ 環境問題: 地球温暖化と排出規制、ゴミの問題
 - ▶ 共有資源: 動植物の乱獲
 - ▶ 国家間の紛争: 防衛費の増大、核武装と均衡、領土紛争
 - ▶ 企業の価格競争もこれと同じしくみ(ただし、消費者にとって良)

囚人のジレンマの構造

	プレイヤー2	
プレイヤー1	協力する	協力しない
協力する	(○, ○)	(×, ○)
協力しない	(○, ×)	(△, △)



プレイヤーにとっての結果は○, ×, △, □の順に良いことが条件
※ 数値や点数にする必要は必ずしもない

ゲーム理論の特長

- ▶ ゲーム理論→本当は数学でできている
- ▶ なぜ数学？？

1枚3円の切手を
18円分買う
何枚買える？

見た目は異なる
問題も本質は同じ

1時間に3kmの速度
で、18kmの道を歩く
何時間かかる？

18個のお菓子を3人
で分ける
1人何個？

数学が持つ
抽象化の力

18リットルの水を3
回に分けて注ぐ
1回何リットル？

$$3x=18$$

ゲーム理論による抽象化

- ▶ 一見すると全然違うことなのに、数学で書くと、すべて同じに書ける！それが理論！

みんなで協力すれば
早く終る掃除なのに
なぜ帰るの？

一見すると全然違う問題
なのに本質は同じ

なぜ、国どうしの戦争
が起こり、多くの人が
犠牲になるの？

マグロを取りすぎて、
マグロが絶滅しそう
なぜ保護できない！

囚人のジレンマ



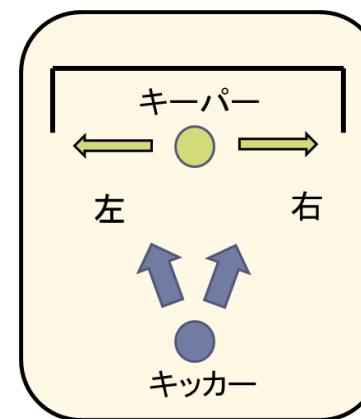
確率で行動を選ぶ



混合戦略とナッシュ均衡

サッカーのPK(ヨーロッパリーグのデータ)

	左	右
キーパー	58.3%	95.0%
キッカー	93.0%	70.0%

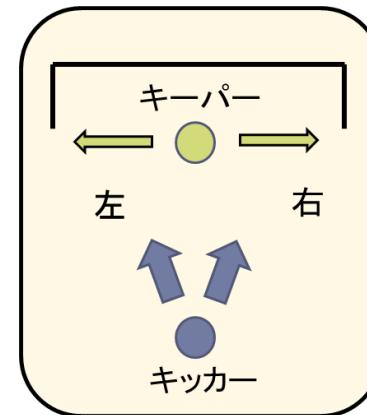
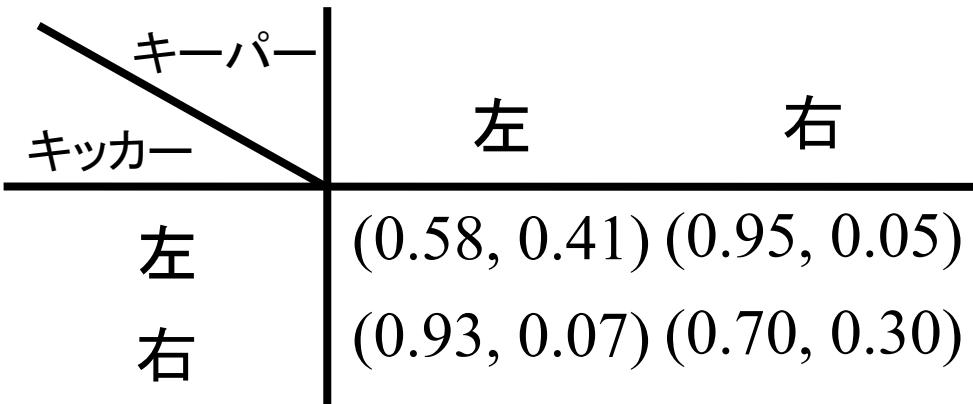


- ◆ 1995年9月-2000年6月までのイタリア、スペイン、イングランドのヨーロッパのリーグ戦のデータ
- ◆ 試合中のPKの成功率
- ◆ キッカー「右、左のどちらに蹴ったか」（自分から見て）
- ◆ キーパー「（キッカーから見て）右、左のどちらに飛んだか」
 - ◆ 注1：右脚で蹴った場合を表す。左脚で蹴った場合は、右と左を入れ替えるとほぼ同じ比率になることが示せて、そのため左脚で蹴ったデータを右と左を入れ替えて合算している。
 - ◆ 注2：データには真ん中の場合もあるが、1%程度で少ないため除外されている
 - ◆ Ignacio Palacios-Huerta (2003) “Professionals Play Minmax”, Review of Economic Studies, 70, 395-415.

PKはゲーム理論の「ゲーム」になっている

利得はどう考える？

⇒キッカーの利得はPKの成功率、キーパーの利得はPKの失敗率(1から成功率を引いたもの)



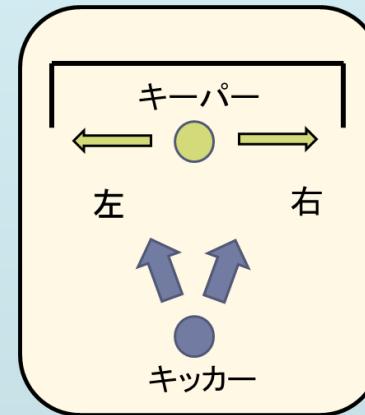
このゲームには
支配戦略はなさそうだね





キッカーはどちらに蹴る？

	左	右
キッカー		
左	58.3%	95.0%
右	93.0%	70.0%



- ▶ キーパーが飛ぶ方向と逆に蹴ると、当然、成功率は高い
- ▶ キーパーと同じ方向になるなら成功率はほぼ同じ、異なる方向だと右のほうが成功率が高そうだ
- ▶ 右に蹴った方が良い？
- ▶ あなたがキッカーならどちらに蹴るか（どちらに蹴る可能性を高くするか？）

ゲームを解く

- ▶ ゲームの「答」はどうなるだろう？
- ▶ 全員が「右に蹴る」「左に蹴ることを選ぶはずがない？
 - ▶ なぜか？



ゲームの「答」



第2ステップ：ナッシュ均衡

- ・ どのプレイヤーも、自分だけが戦略を変えることで、利得を高くすることができない戦略の組み合わせ

ナッシュ均衡を理解するためには
「じゃんけんの必勝法」を考えるといい



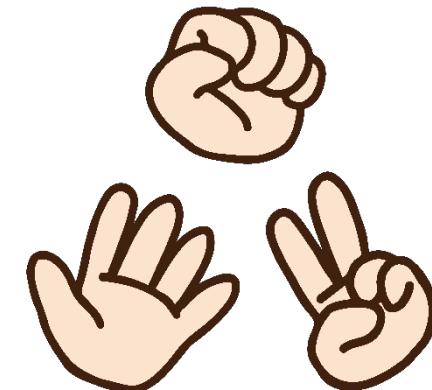
じゃんけんの必勝法

- ▶ じゃんけんの必勝法？
- ▶ 「人はグーを出しやすいので、パーを出すと勝つ確率が高くなる」
- ▶ 桜美林大学の芳沢光雄教授
- ▶ 学生725人に、のべ11567回ジャンケンをさせた(卒論？)
 - ▶ グーが4054回(35.0%)
 - ▶ パーが3849回(33.3%)
 - ▶ 最も少いのはチョキで3664回(31.7%)

そのデータに基づくと…

グーを出すと勝つ確率が高くなるのか？

試してみよう！



その事実が知られれば、もうそのデータ通りにはならない

ナッシュ均衡

- **じゃんけんのナッシュ均衡**
- お互いにグー、チョキ、パーの出す確率は同じはず
- ナッシュ均衡⇒グー、チョキ、パーを出す確率は1/3
- 確率が同じでなければ、**確率が高い手に勝つ手を出せばいい**
- しかし、それは**考え抜いたときの答**にはならない

ナッシュ均衡

- ▶ すべてのプレイヤーが、最善な戦略を選んでいるような戦略の組
- ▶ ナッシュ均衡では、すべてのプレイヤーは、それ以上、自分の利得を高めることはできない
- ▶ 誰かが利得を高くできるならば、その予測はもう当たらない



言つてることは当たり前の
ように思うけどね

じゃあPKならどうなるか分かる？

左右のどちらに蹴っても有利になることはないはず

		左	右
キーパー	左	58.3%	95.0%
	右	93.0%	70.0%

- ◆ 右に蹴るほうが有利なら、キッカーは右に多く蹴るはず
- ◆ そうすると、キーパーは右に飛んで、ゴールを防ごうとする
- ◆ もはや右に飛ぶことは有利ではない！

合理的なプロ選手なら
右に蹴っても成功率はほぼ同じになるはず！？



実際は？

		左	右
キッカー	キー		
	バー		
左		58.3%	95.0%
右		93.0%	70.0%

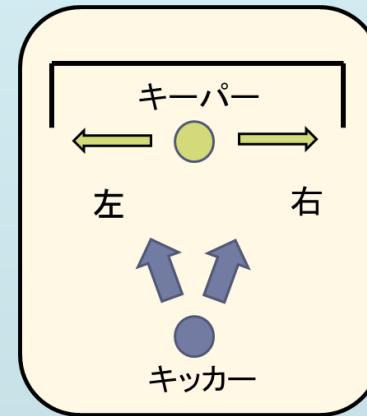
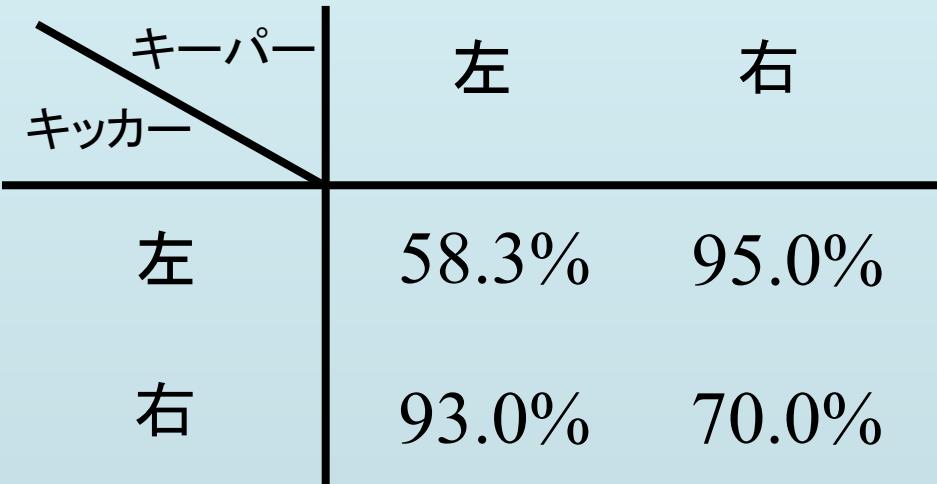
- ▶ 実際にデータでは、キーが
- ▶ 左に飛んだ比率(確率) 42.3%
- ▶ 右に飛んだ比率(確率) 57.7%
- であることが分かっている

- キッカーの成功率を計算すると？
- 左に蹴ったときの成功率
 - $0.583 \times 0.423 + 0.950 \times 0.577 = 0.795$ (79.5%)
- 右に蹴ったときの成功率
 - $0.930 \times 0.423 + 0.700 \times 0.577 = 0.797$ (79.7%)

左に蹴っても、右に蹴っても成功率はほぼ同じ



キーパーは？



- ▶ キーパーは成功率をできるだけ小さくしたい
- ▶ あなたがキーパーならどちらに蹴るか(どちらに蹴る可能性を高くするか?)

プロはゲーム理論に従う

- このゲームのナッシュ均衡は、キッカーもキーパーも、左と右の期待利得は同じになる確率で戦略を選ぶことになる。
- 詳しくは拙著などを参考

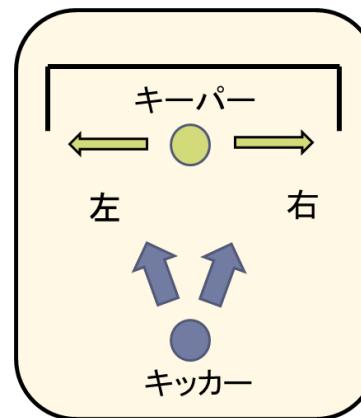
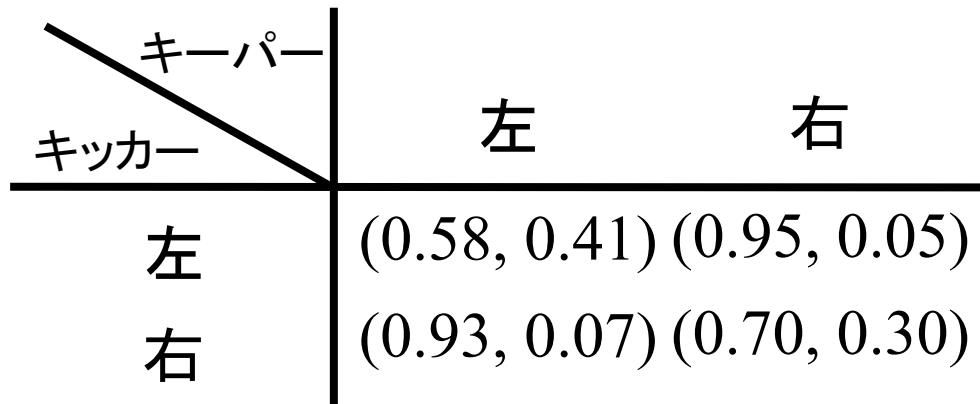
実際との比較

	ナッシュ 均衡	実際
キッカー左	38.5%	40.0%
キッカー右	61.5%	60.0%
キーパー左	41.7%	42.3%
キーパー右	58.3%	57.7%

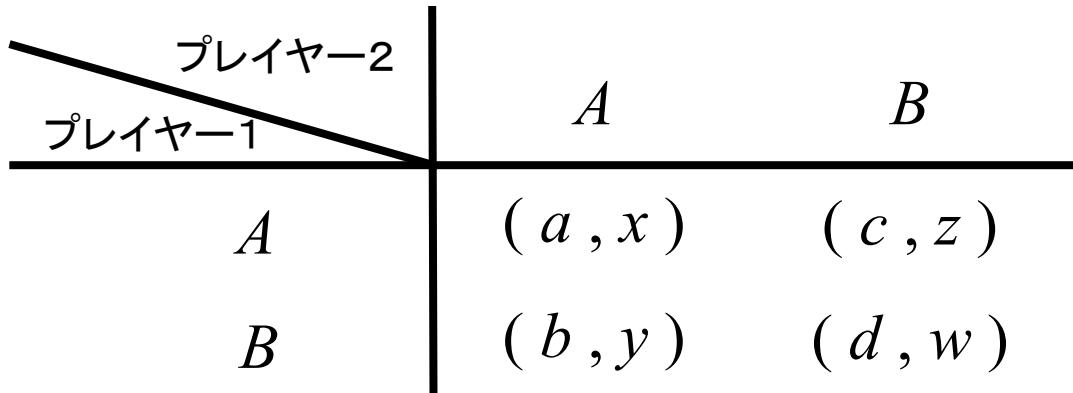
- 多くの人は「どちらに蹴ると有利か」をデータから探ろうとする
- プロはそれほど甘くない
- キッカーにとって「右に蹴ると有利」であれば、キーパーは「右に飛ぶ確率」が多くなるはず
- お互いの予想の行きつく結果＝ナッシュ均衡
 - このゲームは、一見するとナッシュ均衡はない
 - しかし、どちらのプレイヤーも、それ以上、自分の利得を高くできない状態になっている、すなわちナッシュ均衡の考え方に基づいている
 - これがゲーム理論
- 同様の結果はウインブルドンのサーブの研究でも得られている
 - Walker, Mark, and John Wooders. 2001. "Minimax Play at Wimbledon." American Economic Review, 91 (5): 1521–1538.

(出典) Ignacio Palacios-Huerta (2003) "Professionals Play Minmax", Review of Economic Studies, 70, 395-415
 ナッシュ均衡の計算は小数第1位までにしたため、文献とは少しずれている

PKゲームの特徴



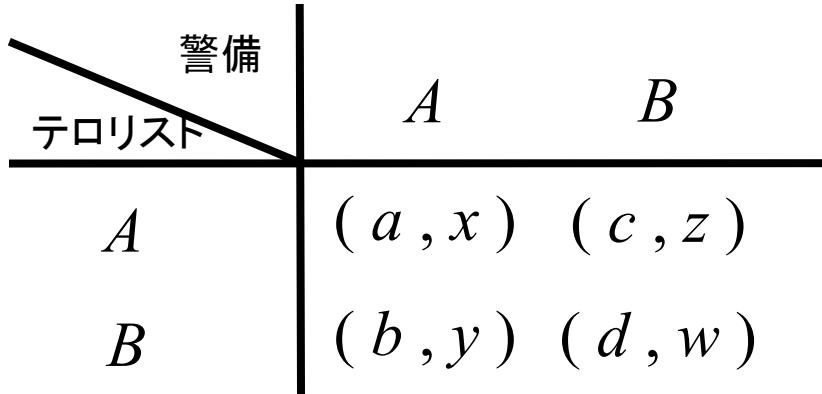
PKゲームの構造



プレイヤー1は、相手と異なる戦略を選ぶのが良い $b > a \quad d > c$
 プレイヤー2は、相手と同じ戦略を選ぶのが良い $x > z \quad w > y$

混合戦略の応用: 警備・セキュリティと混合戦略

- ▶ 近年は警備やセキュリティに混合戦略を応用しようとしている



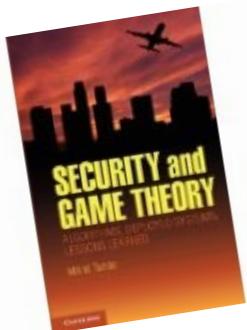
- ▶ テロリスト : AとBのどちらかを攻撃
- ▶ 警備 : AとBのどちらかを守る

サッカーのPKと、警備のゲームは同じ構造になっている！

テロリストは、相手と異なる戦略を選ぶのが良い $b > a \quad d > c$
 警備は、相手と同じ戦略を選ぶのが良い $x > z \quad w > y$

セキュリティへの応用

- ▶ ロサンゼルス国際空港(LAX)の警備
- ▶ テロリストや密入国者への警備が必要
 - ▶ 警備員と犬のパトロール
 - ▶ 数には限りがあり、すべての場所に配置することができない
 - ▶ 一つの施設に集中させると、別の施設が攻撃される
 - ▶ 重要な施設に集中させることが、良いわけではない
⇒手薄なところが狙われる



参考文献 :

- ▶ Milind Tambe (2011), Security and Game Theory: Algorithms, Deployed Systems, Lessons Learned, Cambridge University Press.
- ▶ 岩崎敦, 東藤大樹(2013), ゲーム理論・メカニズムデザインに関する研究動向, 人工知能学会誌, Vol. 28, No. 3.



ゲーム理論を作った人々



時間が余れば

ゲーム理論の始まり

▶ ゲーム理論の始まり

- ▶ 1928 J. von Neumann ミニマックス定理
- ▶ 1944 Theory of Games and Economic Behavior
- ▶ John von Neumann and Oskar Morgenstern

ゲーム理論を作ったvon Neumann
(フォン・ノイマン)を知っていますか？

J. von Neumann (1903-1957)

- 数学者
- コンピュータの父として知られる
- 他にも数学基礎論、量子力学などに多くの業績
- 核兵器の開発、アメリカ原子力委員会顧問

O. Morgenstern

- 経済学者

自分は20世紀最大の
天才だと思ってるよ

皆さん推す
20世紀最大の天才は？



二子山文太



ノイマンはどっちだ？

▶ ゲーム理論の始まり

- ▶ 1928 J. von Neumann

ミニマックス定理

- ▶ 1944 J. von Neumann and O. Morgenstern

ゲームの理論と経済行動

- ▶ J. von Neumann

- ▶ 数学者(1903–1957)

- ▶ コンピュータの父として知られる(プログラム内蔵方式, ノイマン式コンピュータ)

ゲーム理論とコンピュータは、同じ Fon·Neumann が作った



- ▶ フォン・ノイマンとモルゲンシュテルンの写真です.

- ▶ ノイマンはA,Bのどちらでしょう？

ナッシュ均衡の存在証明とナッシュ博士

- ▶ ナッシュの業績
 - ▶ ナッシュ均衡を考えただけではなく、(次の章の混合戦略まで含めれば)、すべてのゲーム理論にナッシュ均衡が必ず存在することを数学的に証明した。
- ▶ 1994年にノーベル経済学賞
- ▶ 精神的な病に苦しむ半生
- ▶ 映画「ビューティフルマインド」

2002年 アカデミー賞 受賞作品

ビューティフル
マインド





John F. Nash の実際の写真

小説「Beautiful Mind」
より



私とナッシュ博士

- ▶ 2000年スペイン Bilbao
- ▶ 第1回ゲーム理論国際学会 Game2000



再びナッシュ博士と！

- ▶ 2010年、リスボンのヨーロッパOR学会

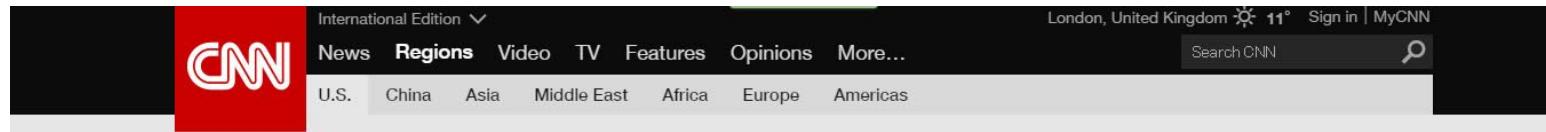


3たびナッシュ博士と写真を！

- ▶ 2012年、イスタンブールのゲーム理論国際学会



Nash has passed away by car crash—2015 May



The image shows the top navigation bar of the CNN International Edition website. It features the CNN logo in a red square, the text "International Edition" with a dropdown arrow, and a navigation menu with links to "News", "Regions", "Video", "TV", "Features", "Opinions", and "More...". On the right side, it displays the location "London, United Kingdom" with a sun icon and temperature "11°", a "Sign in" link, and "MyCNN". Below the main menu is a search bar with the placeholder "Search CNN" and a magnifying glass icon.

'Beautiful Mind' mathematician John Nash, wife killed in car crash

By Emanuella Grinberg and Kristina Sgueglia, CNN

① Updated 0120 GMT (0820 HKT) May 25, 2015



Source: CNN



People we've lost in 2015



Anne Meara, one half of 'Stiller & Meara'



'Beautiful Mind' mathematician John Nash



Louis Johnson of Brothers Johnson

拙著の紹介：ゲーム理論をもう少し知るために

- ▶ 私のホームページ NABENAVI.net に参考となる資料
があります。「ゲーム理論 渡辺」で検索してみてください。



文系学部向け
ゼミナール ゲーム理論入門
渡辺隆裕著
日本経済新聞出版



理工系学部向け
一歩ずつ学ぶゲーム理論
渡辺隆裕著
裳華房



ビジネスマンに
ビジュアル ゲーム理論
渡辺隆裕著,
日本経済新聞出版



図解雑学ゲーム理論
渡辺隆裕著, ナツメ社

登場人物



一ノ瀬アリス



二子山文太



三輪キャサリン



四元大吾

実はこんな本も監修しています！



来場者アンケート



来場者のアンケートに
ご協力をお願いします！

